Jurnal Pendidikan dan Konseling
Volume 5 Nomor 1 Tahun 2023
E-ISSN: 2685-936X dan P-ISSN: 2685-9351
Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai

Premi Tahunan Asuransi *Long Term Care* Dwiguna Menggunakan Model *Multistate*

Fenni Kurnia Mutiya
Universitas Padjajaran Bandung, Indonesia
Email: fenni.kurniamutiya@gmail.com

Abstrak

Asuransi pada saat ini berkembang sangat pesat. Salah produk yang ditawarkan adalah *multiple decrement* yang memberikan perlindungan terhadap banyak penyebab. Perhitungan model tersebut saat ini terbatas pada model *mutual exclusive* antar *decrement*. Pada kenyataannya, suatu *decrement* terjadi dapat ditentukan oleh *decrement* lainnya. Pada penelitian ini akan dikaji perumusan perhitungan premi dengan melibatkan kemungkinan perpindahan antar *decrement* model *multistate* untuk asuransi *Long Term Care* Dwiguna. Status *decrement* pada penelitian ini adalah sehat, kecelakaan, sakit golongan A, sakit golongan B dan meninggal. Contoh kasus yang digunakan adalah tertanggung berusia 35 tahun, masa asuransi 10 tahun dan Uang Pertanggungan sebesar Rp. 100.000.000. Besar premi tahunan yang harus dibayarkan untuk contoh kasus tersebut adalah sebesar Rp. 11.136. 290.

Kata Kunci: *Multiple Decrement;* Proses Markov; Matriks Peluang Transisi; Asuransi Dwiguna; Premi Tahunan.

Abstract

Insurance Industrial has grown faster nowadays. One of the product that offered is multiple decrement that protect the in insured in any decrements. The calculations of the model based on mutual exclusive model in decrements. However, a dedecrement could be caused other decrements. This thesis develops a general approach in premium calculations that modeled the probability of a change on the status on the insured for Long Term Care Endowment Insurance. Status on the insured are, live, accident, dissability, critical illness dan death. The case for this thesis used the isured, 35 years old, 10 years endowment insurance and the sum insured Rp.100.000.000. The annual premium for this case is Rp. 11.136.290.

Keywords: Multiple Decrement; Markov Process; Transition Probability Matrix; Endowment Insurance; Annual Premium.

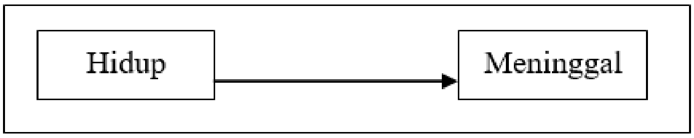
PENDAHULUAN

Industri asuransi jiwa pada era saat ini tumbuh cukup pesat, yang ditandai dengan semakin berkembangnya perusahaan–perusahaan asuransi jiwa berikut variasi produk asuransi yang ditawarkan diirngi dengan semakin bertambahnya pemegang polis baru (Craig & Cohen, 2006; Gerber & Shiu, 1994; Margareta, 2010; Wienke, 2010). Pemegang polis membayarkan sejumlah premi sebagai bentuk kewajiban atas perlindungan dirinya selama masa asuransi oleh perusahaan asuransi jiwa. Sementara kewajiban perusahaan asuransi terhadap premi yang telah dibayarkan nasabah adalah pembayaran uang pertanggungan jika terjadi klaim dalam masa pertanggungan atas diri tertanggung

(Christiansen, 2012; Haberman et al., 1997; Jones, 1997; Setyanto, 2010).

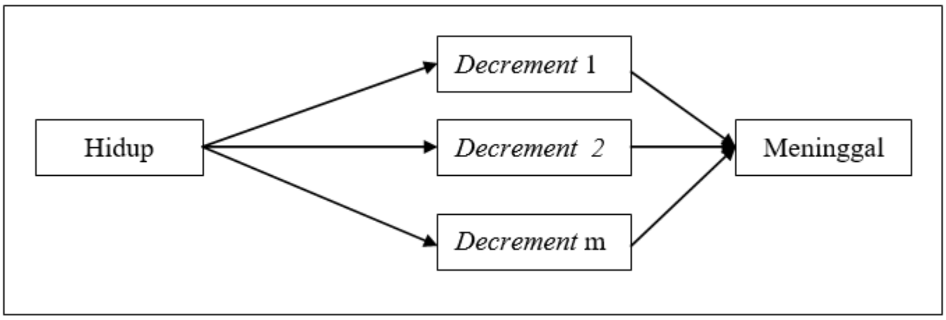
Asuransi umumnya bersifat *single decrement* yang memberikan santunan dari satu penyebab klaim, sedangkan model asuransi *multiple decrement* dengan pembayaran santunan dari banyak penyebab klaim. Pada pembayaran kewajiban untuk model *single decrement*, perusahaan asuransi hanya mempertimbangkan peluang akan terjadinya klaim asuransi(Kamal et al., 2014; Klein et al., 2014; Mutiya et al., 2012; Promislow, 2014). Perusahaan tidak memperhatikan peluang–peluang tahapan sebelum klaim yang terjadi. Seperti untuk meninggal, perusahaan asuransi hanya memperhitungkan besarnya peluang meninggal seseorang. Sedangkan peluang nasabah mengalami sakit kemudian meninggal tidak diperhitungkan. Padahal hal ini sangat perlu diperhitungkan untuk melihat berapa peluang klaim akan terjadi. Perhitungan tersebut dapat diperoleh melalui pemeriksaan kesehatan nasabah sebelum mengikuti program asuransi, riwayat kesehatan, jenis pekerjaan, usia, jenis kelamin, dan lain sebagainya. Hal tersebut dapat memperkirakan besarnya klaim yang akan ditanggung oleh perusahaan asuransi (Jennejohn, 2015; Novri, 2016).

Pada umumnya dalam matematika asuransi, nasabah dijelaskan dalam kondisi beberapa tahap. Dalam tahap awal diasumsikan seorang individu sehat dalam kurun waktu berikutnya masing–masing individu mengalami transisi atau perpindahan ke tahap selanjutnya (Novri, 2016). Tahapan yang paling sederhana adalah hidup dan meninggal. Dalam tahapan tersebut hanya ada satu kemungkinan perpindahan atau transisi. Digambarkan dalam Gambar 1.



Gambar 1 Basic Survival

Berdasarkan Gambar 1 dicontohkan untuk model *single decrement* dimana perusahaan asuransi hanya memperhitungkan penyebab kematian tanpa melihat peluang perpindahan penyebab-penyebab tersebut. Premi dibayarkan pada tahap 1 (hidup) dan benefit akan dibayarkan pada tahap 2 (meninggal) selama masa asuransi. Dalam penelitian ini akan dikaji adanya tahapan lain sebelum mencapai tahap meninggal dunia seperti pada Gambar 2 berikut ini maka proses ini disebut *multistate* model. *Multistate* model merupakan peluang yang menerangkan perpindahan secara acak individu dari beberapa *state* / tahap (Beebe, 2017; Koenker et al., 2017; Liani et al., 2016).



Gambar 2 Multiple Decrements Model

Model *multiple decrement,* dirancang untuk menjawab tantangan terhadap dunia asuransi dalam memberikan pelayanan dengan cakupan kerugian yang lebih luas dengan seiringnya pertumbuhan perekonomian dan pembangunan di segala bidang yang semakin pesat, maka risiko yang mungkin dialami oleh tenaga kerja semakin meningkat (Dickson et al., 2019; Januarti et al., 2019;

Koenker et al., 2017). Dalam melaksanakan tugas dan tanggung jawabnya, mereka berpeluang untuk mengalami kecelakaan yang mungkin mengakibatkan cacat tetap maupun sementara. Jika hal tersebut terjadi, para pekerja tidak dapat produktif seperti sebelumnya, sehingga diharapkan melalui produk *multiple decrement* dapat memberikan perlindungan ekonomi di masa yang akan datang. Permasalahan dalam perhitungan premi tunggal netto umumnya dilakukan secara deterministik. Sedangkan untuk perhitungan probabilistik *multiple decrement* biasanya bersifat *mutualy exclusive* antara satu decrement dengan *decrement* lainnya. Padahal dalam kenyataannya, terjadinya satu *decrement* dapat juga ditentukan oleh terjadinya *decrement* lain, atau dengan kata lain sangat memungkinkan terjadi perpindahan antar status/decrement. Perpindahan antar status ini akan mempengaruhi besar peluang terjadinya suatu decrement, yang pada akhirnya akan menentukan besarnya premi netto.

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini akan dikaji suatu alternatif perhitungan premi tunggal netto pada asuransi jiwa *multiple decrement*, dengan mempertimbangkan kemungkinan terjadi perpindahan antar status/*decrement*, yang mana status *decrement* bersifat diskrit dan saat perpindahan bersifat kontinu waktu kontinu.

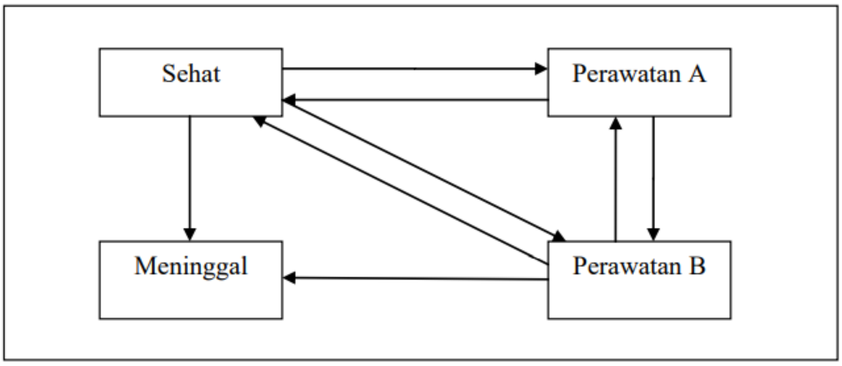
Pada penelitian ini akan dibahas mengenai asuransi jiwa jangka panjang (*Long Term Care Insurance*) yang memberikan perlindungan dalam perawatan kesehatan tertanggung sampai tertanggung meninggal dunia. Seseorang dikatakan membutuhkan perawatan jangka panjang jika dia membutuhkan bantuan orang lain dalam melakukan seluruh atau beberapa aktivitas kehidupan sehari-hari seperti bangun atau berdiri serta duduk dari kasur atau kursi, memakai baju, mandi, makan, pergi ke toilet, berjalan dan lain sebagainya.

Pembahasan yang akan dilakukan adalah perubahan tertanggung atau transisi tertanggung dari *state* 1 ke *state* berikutnya dalam waktu tertentu. Proses atau perubahan status kesehatan tertanggung peserta asuransi jiwa perawatan jangka panjang dapat dimodelkan dengan model *multistate*. Beberapa peneliti telah mengkaji model *multistate* dalam tulisan mereka. Haberman (1983) membahas penyelesaian permasalahan model *multistate* dengan memanfaatkan suatu tabel *decrement*, kemudian dalam tulisan berikutnya Haberman (1984) memberikan suatu alternatif penyelesaian menggunakan asumsi model markov, yaitu terdapat intensitas transisi pada setiap status (Haberman, 1983).

Model *multistate* dapat digunakan dalam asuransi untuk menjelaskan perpindahan dari *state* 1 ke *state* selanjutnya berdasarkan beberapa sebab seperti status perokok dan tekanan darah tinggi seperti yang telah dijelaskan oleh H. Dennis Tolley dan Kenneth G. Marton (1991). Penyelesaian *multistate* model seperti permasalahan di atas dapat menggunakan model Stokastik seperti Markov. Dalam dunia asuransi, model *multistate* Markovian pertama kali diperkenalkan oleh Amsler (1968) dan Hoem (1969). Pada penelitian ini, penulis menggunakan asumsi yang sama dengan model *multistate* yang diteliti oleh Bruce L. Jones (1994) yaitu, peluang perubahan kondisi kesehatan seseorang pada waktu yang akan datang memenuhi asumsi markov yaitu hanya bergantung pada kondisi kesehatannya saat ini dan tidak tergantung pada kondisi kesehatannya pada waktu lalu (Gerber & Shiu, 1994). Peluang terjadinya perubahan berupa kondisi kesehatan seseorang diasumsikan hanya bergantung kepada selang waktu dan tidak bergantung kepada waktu awal atau usia. Penelitian ini akan membahas rumusan perhitungan premi yang melibatkan peluang transisi perpindahan *insured* yang mengakibatkan terjadinya klaim akan diberikan sejumlah benefit dalam kurun waktu tertentu. Jenis asuransi pada penelitian ini yakni dwiguna, jika selama masa asuransi tidak terjadi klaim, tertanggung akan mendapatkan pembayaran sejumlah benefit.

METODE

Pada penelitian ini akan ditelilti mengenai perpindahan dari satu state ke state berikutnya sebelum terjadinya klaim kematian ataupun langsung dapat terjadi klaim kematian pada state awal untuk asuransi *Long Term Care* dengan menggunakan model Markov Chain. Haberman dan Pitacco (1999) telah melakukan penelitian model Aktuaria untuk *disability insurance, critical illness cover* dan *long term care insurance*. Produk ini dapat memberikan profit yang besar namun bisa juga terjadi rugi yang cukup besar jika dalam perhitungan premi tidak didasarkan perhitungan baik untuk premi dan benefit. Dasar perhitungan tersebut bisa didasrkan dari perhitungan dengan model *multiple state*.



Gambar 3 *Long Term Care Models*

Rantai Markov

Penggunaan matematika dalam *multiple state* seperti Markov dan Semi Markov telah dikembangkan sejak tahun 1906 oleh A.A. Markov yang menyatakan teori ketergantungan variabel acak dalam proses acak yang dikenal dengan proses Markov. Proses Markov merupakan proses stokastik dimana masa lalu tidak mempunyai pengaruh pada masa yang akan datang bila masa sekarang diketahui, atau secara definisi:

" Sebuah proses Markov $\{X_t\}$ merupakan proses stokastik dengan sifat diketahui X_t dan nilai nilai X_t, untuk $s > t$, serta tidak dipengaruhi oleh nilai–nilai X_u untuk $u < t$" (Taylor, H. M., Karlin, S., 1994).

Sifat Markov secara formal dinyatakan sebagai berikut:

$P\{X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, \ldots, X_{n-1}, X_n = i\} \;=\; P\{X_{n+1} = j \mid X_n = i\}$;$\forall$ n dan status $i_0, \ldots, i_{n-1}$, i,j.
(1.1)

Persamaan tersebut dapat dikatakan bahwa proses selanjutnya hanya bergantung pada status ini, bukan pada sejarah dari proses tersebut. Dalam proses Markov, status-status proses yang terjadi selama ini dicerminkan oleh status ini. Sebagai peluang, maka elemen-elemen pada P memenuhi persyaratan :

$P_{ij} \geq 0$, untuk i,j = 0,1,2,...

$$\sum_{j=0}^{\infty} p_i = 1, \text{ untuk } i = 0,1,2,\ldots .$$

Matriks Peluang Transisi *n* Langkah

Menurut Taylor, H.M., dan Karlin, S., (1994), rantai Markov sepenuhnya ditentukan oleh matriks peluang transisi satu langkah dan spesifikasi dari suatu distribusi peluang pada keadaan proses pada waktu *0*. Analisis rantai Markov memperhatikan peluang kemungkinan dari kemungkinan realisasi proses. Matriks peluang transisi *n* langkah disimpulkan dengan $P^{(n)} = \left[p_{ij}^{(n)} \right]$. Elemen dari $p_{ij}^{(n)}$ menyatakan peluang bahwa proses berpindah dari status *i* ke status *j* dalam *n* langkah, ditulis sebagai

$$p_{ij}^{(n)} = P\left\{ X_{n+m} = j \middle| X_m = i \right\}. \qquad (1.2)$$

Peluang transisi *n* langkah dari suatu rantai Markov adalah

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=0}^{\infty} p_{ik} p_{kj}^{(n-1)} \qquad (1.3)$$

dengan

$$p_{ij}^{(n)} = \begin{cases} 0, \text{ jika } i = j \\ 1, \text{ jika } i \neq j \end{cases} \qquad (1.4)$$

Dari teorema di atas dan sifat perkalian $P^{(n)} = PxP^{(n-1)}$, maka dengan mengiterasikan rumus tersebut, secara umum diperoleh

$$P^{(n)} = \underbrace{PxPx...xP}_{n \text{ faktor}} = P^n$$

Dengan kata lain, peluang transisi *n* tahap $p_{ij}^{(n)}$ adalah entri-entri dalam matriks P^n, yaitu pangkat ke-*n* dari matriks P.

Ruang status rantai Markov diberi label bilangan bulat non negatif {0,1,2,3,...} dan dikatakan X_n berada pada status *i* jika $X_n = i$. Peluang transisi satu langkah bahwa X_{n+1} berada pada status *j* jika diketahui X_n berada pada status *i*, dinyatakan dengan $p_{ij}^{n,n+1}$, yaitu:

$$p_{ij}^{n,n+1} = P\left\{ X_{n+1} = j \middle| X_n = i \right\}. \qquad (1.5)$$

Notasi ini memperlihatkan bahwa peluang transisi merupakan fungsi dari status awal dan akhir serta saat terjadinya transisi. Dalam notasi di atas *i* adalah status awal sedangkan *j* status akhir dan awal terjadinya transisi adalah *n.*

Menurut Taylor, H. M., dan Karlin, S. (1994), apabila peluang transisi satu langkah *independen* dari variabel waktu, maka dikatakan rantai Markov mempunyai peluang transisi stasioner, sehingga dalam hal ini:

$$p_{ij}^{n,n+1} = p_{ij}. \qquad (1.6)$$

Notasi p_{ij} merupakan peluang bersyarat bahwa status menjalani transisi dari *i* ke *j* dalam satu langkah, p_{ij} biasanya disusun dalam suatu matriks, yang disebut matriks peluang transisi, secara umum bentuknya adalah:

$$P = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & p_{03} & \cdots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{i0} & p_{i1} & p_{i2} & p_{i3} & \cdots \end{bmatrix} \qquad (1.7)$$

Baris ke-*i* dari matriks P menyatakan distribusi peluang dari X_{n+1} dengan syarat $X_n = i$. Sebagai peluang, maka elemen-elemen matriks P memenuhi persyaratan:

$P_{ij} \geq 0$, untuk i,j = 0,1,2,...

$$\sum_{j=0}^{\infty} P_{ij} = 1 \quad \text{untuk i = 0,1,2, ...}$$

Rantai Markov

Pada asuransi Kesehatan mengikuti teknik dasar yang hampir sama dengan asuransi jiwa, kontrak pembayaran asuransi antara pemegang polis dan perusahaan asuransi yang mengikuti fungsi waktu deterministik dan pola acak dari pemegang polis. Sehingga pertama dibutuhkan pola acak dari *state*.

Pola acak dari *state* merupakan proses perpindahan murni dengan ruang *state* terbatas *S* dengan *S* = {1,2,...,N} dan X_t merupakan *state* pemegang polis pada waktu $t \geq 0$. Set transisi langsung τ yang merupakan subset dari set pasangan (i,j) : $\tau \subseteq \{(i,j) | i \neq j; i,j \in S\}$.

Waktu perpindahan selanjutnya $T(t) = \min\{\tau > t | X_\tau \neq X_t\}$ dan proses perpindahan untuk masing-masing waktu t pada perpindahan yang lalu ke waktu yang sekarang $U_t = maks\{\tau \in [0,t] | X_u = X_t \text{untuk semua } u \in [\tau - t, t]\}$

Jika *state 1* merupakan *state* pertama pada waktu *0*, sehingga diasumsikan semua state $j \in S$ akan dicapai pada *state 1* dengan transisi langsung maupun tidak langsung.

Pasangan (S,τ) merupakan model *multiple state* yang menggambarkan ketidakpastian seperti peluang risiko tertanggung. Waktu dalam transisi dalam ukuran tahun, $(S)_t$ dinotasikan sebagai *state* acak pada risiko waktu ke *t*, $\{S(t); t \geq 0\}$ merupakan proses stokastik kontinu. Kemungkinan terjadinya $\{S(t)\}$ dalam proses $\{S(t)\}$ disebut dengan *sample path*, sehingga S(t) merupakan fungsi non negatif pada variabel *t*, dengan nilai *S*.

Jika $\{S(t); t \geq 0\}$ merupakan Markov Chain kontinu untuk semua *n* dan masing-masing set terbatas pada waktu $(0 \leq) t_0 < ... < t_{n-1} < t_n < u$ dan hubungan set antar *state* $i_0, ..., i_{n-1}, ..., i_n, j$ pada S maka

$$\Pr\{S(t_0) = i_0 \wedge ... \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(u) = j\} > 0$$

$$\Pr\{S(u) = j | S(t_0) = i_0 \wedge ... \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(t_n) = i_n\} = \Pr\{S(u) = j | S(t_n) = i_n\},$$

Peluang $\Pr\{S(u) = j | S(t) = i\}$, untuk $0 \leq t \leq u$ dan *i,j* € S maka peluang transisi dinotasikan:

$$P_{ij}(t,u) = \Pr\{S(u) = j | S(t) = i\} \qquad (1.8)$$

Untuk $t \geq 0$ didapatkan: $P_{ij}(t,t) = \partial_{ij}$ dimana ∂_{ij} nilainya sama dengan 0 untuk *i≠j* dan peluang $P_{ij}(t,u)$ untuk $0 \leq t \leq u$

Jika untuk semua t,u sehingga $0 \le t \le u$ dan semua *i,j* berada dalam *S*, peluang perpindahan $P_{ij}\left(t,u\right)$ hanya tergantung pada *u-t* tidak untuk masing-masing *u* dan *t* yang disebut dengan proses waktu homogen, pada kasus ini peluang transisi yang dinotasikan dengan $P_{ij}\left(t,u\right)$ dan proses waktu tidak homogen. Peluang transisi mengikuti ketentuan:

$$0 \le P_{ij}\left(t,u\right) \le 1, \text{ untuk semua i,j } 0 \le t \le u$$

$$\sum_{j \in S} P_{ij}\left(t,u\right) = 1, \text{ untuk semua i; } 0 \le t \le u$$

Untuk menghubungkan probabilitas transisi dari langkah yang berurutan atau persamaan yang menyediakan sebuah metode untuk menghitung probabilitas transisi *n* langkah mengggunakan metode Chapman-Kolmogorov. Dari pengertian tersebut, persamaan Chapman Kolmogorov didefinisikan sebagai:

$$P_{ij}\left(t,u\right) = \sum_{k \in S} P_{ik}\left(t,w\right) P_{kj}\left(w,u\right) \tag{1.9}$$

Jika *i-j* maka Persamaan (2.8) dijelaskan dengan hubungan:

$$P_{ii}\left(t,u\right) = P_{ii}\left(t,w\right) P_{ii}\left(w,u\right) \qquad (\mathrm{t} \le \mathrm{w} \le \mathrm{u}) \tag{1.10}$$

Probabilitas-probabilitas transisi dihubungkan dengan keadaan yang memainkan peranan penting dalam rantai Markov.

Transisi rata-rata berulangnya waktu dari *i* ke *j* dijelaskan dengan:

$$\mu_{ij}\left(t\right) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}\left(t,u\right)}{u-t} \; : \tag{1.11}$$

Jika proses Markov diasumsikan mengikuti waktu homogen, sehingga didapatkan:

$$\mu_{ij}\left(t\right) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}\left(t,u\right)}{u-t} = \mu_{ij} \tag{1.12}$$

Fungsi transisi intensif bersifat konstan. Intensitas *decrement* dari *state i*:

$$\mu_{i}\left(t\right) = \sum_{j:j \ne i} \mu_{ij}\left(t\right) \tag{1.13}$$

Dari Persamaan (1.11) yang disubstitusikan ke Persamaan (1.12) maka didapatkan:

$$\begin{aligned} \mu_{i}\left(t\right) &= \sum_{j:j \ne i} \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}\left(t,u\right)}{u-t} \\ &= \lim_{u \to t} \frac{\sum_{j:j \ne i} P_{ij}\left(t,u\right)}{u-t} \\ &= \lim_{u \to t} \frac{1 - P_{ii}\left(t,u\right)}{u-t} . \end{aligned}$$

Dengan $\mu_{i}\left(t\right)$ merupakan peluang pada kondisi meninggalkan *state i* pada interval waktu {t,t+h) pada risiko *state i* waktu *t.*

Untuk menentukan diatribusi peluang di waktu t+h dengan mengkondisikan keadaan di waktu yang telah lalu dan di waktu mendatang, dengan menggunakan persamaam differensial Kolmogorov *forward* dan persanaan diferensial Kolmogorov *backward.* Persamaan diferensial Kolmogorov *forward* sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}P_{ij}(z,t)=\sum_{k:k\neq j}P_{ik}(z,t)\mu_{kj}(t)-P_{ij}(z,t)\mu_{j}(t) \tag{1.14}$$

Untuk semua *state i,j* dan waktu t, $0\leq z\leq t$. Persamaan (2.13) di atas dapat ditulis juga dengan:

$$dP_{ij}(z,t)=\sum_{k:k\neq j}P_{ik}(z,t)\mu_{kj}(t)-P_{ij}(z,t)\mu_{j}(t)dt$$

Persamaan diferensial Kolmogorov *backward*

$$\frac{d}{dz}P_{ij}(z,t)=P_{ij}(z,t)\mu_{i}(z)-\sum_{k:k\neq i}P_{kj}(z,t)\mu_{ik}(z) \tag{1.15}$$

Peluang *occupancy* yang dijelaskan dengan Persamaan (2.9) didapatkan:

$$\frac{d}{dt}P_{ii}(z,t)=-P_{ii}(z,t)\mu_{i}(t) \tag{1.16}$$

Disebut dengan *transition intensity approach* (TIA), yang mengasumsikan intensitas transisi telah dirancang. Dari intensitas, melalui persamaan diferensial, peluang transisi dapat dijelaskan. Dalam praktik aktuaria untuk asuransi seseorang, intensitas dapat diestimasikan berdasarkan mortalita, ketidakmampuan dan lain sebagainya. Dari Persamaan (1.16) didapatkan solusi perpindahan antar *state* sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}\ln P_{ii}(z,t)=-\mu_{i}(t)$$

Untuk intensitas transisi yang telah dinotasikan, matriks dinotasikan dengan

$$M(t)=\left\|\mu_{ij}(t)\right\|$$

Diasumsikan $\mu_{ii}(t)=-\mu_{ii}(t)$ untuk semua *i* dalam S sehingga tentu saja $\mu_{ij}(t)$ sama dengan *0* jika *i,j* tidak ada dalam τ. Berdasarkan TIA, struktur peluang diterangkan dengan M(t). Sehingga dapat dikatakan dalam konteks Markov, model multiple *state* dinilai dengan menggunakan *M(t)*.

Model Markov dengan Status Diskrit dan Waktu Kontinu

Transisi yang terjadi diantara 2 *state* apabila diukur antara waktu *n* dan *n* + i, dengan i = 1,2,3, ... yang biasanya dinyatakan dalam bilangan bulat, seperti yang telah dibahas pada bagian terdahulu, disebut transisi dengan waktu diskrit. Pada bagian ini kajian selanjutnya difokuskan pada transisi yang terjadi diukur secara kontinu (parameter kontinu) atau dalam selang waktu yang sangat pendek, *(t, t +Δt)* dengan ruang statusnya tetap diskrit dan terhingga. Salah satu konsep dasar dalam pengukuran dengan waktu kontinu seperti ini adalah proses Poisson. Proses ini mengukur titik-titik kejadian secara tunggal dalam satuan waktu tertentu. Sifat-sifat proses tersebut diuraikan sebagai berikut:

Andaikan *N(t, t + Δt)* menyatakan banyaknya kejadian dalam selang waktu *(t, t +Δt)* sedemikian sehingga untuk suatu konstanta yang positip λ , yang menyatakan sebagai tingkat terjadinya suatu kejadian *(rate of occurrence)* dan $\Delta t \rightarrow 0$ maka :

$$P\{N(t,t+\Delta t) = 0\} = 1 - \lambda\Delta t + 0\,(\Delta t) \qquad (1.17)$$

$$P\{N(t,t+\Delta t) = 1\} = \lambda\Delta t + 0\,(\Delta t) \qquad (1.18)$$

$$P\{N(t,t+\Delta t) > 1\} = 0\,(\Delta t) \qquad (1.19)$$

0 (Δt) menyatakan suatu fungsi yang cenderung menurun menuju nol lebih cepat daripada *Δt.* Selanjutnya diandaikan *N(t. t + Δt)* sama sekali tidak bergantung kepada terjadinya suatu kejadian *(occurrences)* dalam selang (*0,* t]. Suatu proses stokastik dengan titik-titik kejadiannya memenuhi kondisi di atas disebut proses poisson dengan tingkat λ.

Dua sifat penting proses Poisson lainnya adalah:

Banyaknya kejadian dalam interval waktu tertentu *(t , t + h*] berdistribusi Poisson dengan rata-rata *λ h,* atau secara khusus, λ adalah ekspektasi banyaknya kejadian per satuan waktu.

Selang waktu dari *0* hingga kejadian pertama dan kemudian selang antara kejadian sukses berdistribusi eksponensial yang saling bebas.

Andaikan diambil suatu titik asal yang baru, t_0 yang dapat berupa suatu titik kejadian yang telah terjadi atau suatu titik kejadian tertentu. Jika $t_o + Z$ merupakan waktu kejadian pertama setelah t_o, maka peubah acak *Z* tidak bergantung pada kejadian saat dan atau sebelum waktu t_o. Distribusi peluang *Z* dihitung sebagai bcrikut:

$P(x) = P(Z > x)$ untuk $\Delta x > 0$

$P(x + \Delta x) = P(Z > x + \Delta x)$

$= P(Z > x) \, . \, P(\text{tidak terdapat kejadian dalam } (t_0 + x,\, t_0 + x + \Delta x \mid Z > x)$

Ciri utama proses Poisson adalah bentuk sifat Markov dimana merupakan peluang bersyarat yang pada persamaan peluang di atas tidak dipengaruhi oleh kondisi Z > *x* yang merujuk kepada apa yang terjadi pada saat atau sebelum $t_o + x$. Oleh karena itu peluang tidak bersyarat (1.17) dapat digunakan, sehingga;

$$P(x + \Delta x) = P(x)\,\{1 - \lambda\Delta x + o(\Delta x)\}, \qquad (1.20)$$

$$P(x + \Delta x) - P(x) = -P(x)\,\lambda\Delta x + P(x)o(\Delta x)\}.$$

Oleh karena $\Delta x \rightarrow 0$, maka

$$\lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{1}{\Delta x}\{P(x+\Delta x)-P(x)\} = \lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{1}{\Delta x}\{-P(x)\lambda\Delta t + P(x)o(\Delta t)\},$$

sehingga

$$P'(x) = -\lambda P'(x),$$

$P(x) = e^{(-\lambda x)} + e^{c}$.

Untuk $P(0) = e^{c}$ maka $c = \ln P(0)$ sehingga:

$$\ln P(x) = -\lambda x + \ln P(0)$$

$$P(x) = P(0)\, e^{-\lambda x}\ .$$

Oleh karena $P(0) = P(Z > 0) = 1$, maka $P(x) = e^{-\lambda x}$ dan fungsi distribusinya $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$, dengan demikian terbukti bahwa peubah acak x berdistribusi eksponensial dengan fungsi densitasnya

$$f(x) = \lambda\, e^{-\lambda x}\ ,\ \ x > 0 \qquad (1.21)$$

Andaikan $N(t)$ menyatakan banyaknya kejadian dalam suatu selang tertentu. (0. t]. Sesuai dengan sifat proses Poisson banyaknya kejadian dalam setiap selang saling bebas, atau jika ditulis,

$$p_i(t) = P\{N(t) = i\} \text{ untuk } \Delta t > 0$$

$$p_i(t + \Delta t) = P\{N(t + \Delta t) = i\}$$

$$= [P\{N(t) = i\} . P\{N(t, t+\Delta t) = 0 \mid N(t) = i\}] .$$

$$[P\{N(t) = i - 1\} . P\{N(t, t+\Delta t) = 1 \mid N(t) = i - 1\}] +$$

$$\sum [P\{N(t) = i - l\} \qquad . P\{N(t, t+\Delta t) = 1 \mid N(t) = i - 1\}] \qquad (1.22)$$

Dalam hal ini didefinisikan bahwa nilai peluang yang berhubungan dengan status negatif adalah nol.

Untuk $\Delta t \rightarrow 0$, peluang bersyarat proses Poisson menjadi konstan seperti pada (2.15)-(2.17) dan diuraikan seperti pada Persamaan (2.18) menjadi:

$$p_i(t + \Delta t) = p_i(t)(1 - \lambda \Delta t) + p_{i-1}(t)\, \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

$$p'_i(t + \Delta t) = -\lambda\, p_i(t) + \lambda\, p_{i-1}(t) \qquad (i=0,1,2, \ldots), \qquad (1.23)$$

Jika $i = 0$, maka $p_{-1}(t) = 0$ dan hubungannya dengan kondisi awal adalah :

$$P_0(0) = 1 \text{ dan } P_i(0) = 0 \quad \text{untuk } (i=0,1,2, \ldots) \qquad (1.24)$$

Jika $i = 0$ akan diperoleh

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

untuk i = 1 akan diperoleh

$$P_1(t) = \lambda\, e^{-\lambda t}$$

secara umum,

$$P_i(t) = P(N(t)=i) = e^{-\lambda t} (\lambda t)^i / i! \qquad (1.25)$$

Yang menyatakan peluang banyaknya kejadian dalam selang $(0,t]$ adalah i.

Asuransi Jiwa *Multiple Decrement* Dwiguna (*n-Year Endowment*)

Asuransi jiwa *Endowment* menurut Futami (1993) adalah jenis asuransi yang merupakan gabungan dari asuransi berjangka *n* tahun dan asuransi *n-year pure endowmen* yang berarti dalam maupun saat berakhirnya nasa pertanggungan kepada pemegang polis, baik meninggal maupun bertahan hidup akan dibayarkan uang pertanggungan. Misalkan besarnya *benefit* (b_t) yang akan diterima pemegang polis sebesar satu satuan maka :

$$b_{k+1} = 1 \qquad k = 0,1,\ldots \qquad (1.26)$$

Untuk menentukan nilai uang yang sekarang dengan waktu t yang akan dibayarkan dan dipengaruhi oleh tingkat suku bunga, digunakan faktor diskonto yang dilambangkan dengan *v*, sehingga didapatkan:

$$v_{k+1} = \begin{cases} v^{k+1} & k = 0,1,\ldots,n-1 \\ v^{n} & k = n, n+1,\ldots \end{cases} \qquad (1.27)$$

Fungsi *present value* (nilai uang yang harus ada saat ini jika t waktu yang akan datang diinginkan sejumlah uang tertentu) untuk selama masa asuransi *n* tahun yang dilambangkan dengan *Z* adalah:

$$Z = \begin{cases} \sum_{j=1}^{w} B^{(j)} v^{t} & ,\text{untuk} \quad t \leq n \\ Bv^{n} & ,\text{untuk} \quad t > n \end{cases} \qquad (1.28)$$

Karena *T* merupakan variabel acak yang menyatakan *future lifetime,* sehingga besarnya premi tunggal *netto* yang harus dibayarkan *insured* pada saat awal ikut asuransi *dwiguna* bentuk kontinu untuk *multiple decrement,* dapat dihitung dengan menggunakan ekspektasi dari *Z*, yaitu sebagai berikut :

$$Z = E\left(\sum_{j=1}^{w} B^{(j)} v^{t} + Bv^{n}\right) \qquad (1.29)$$

Premi Tunggal *Netto* A_x dicari dengan mengekspektasikan Z :

$$\overline{A}_{x:\overline{n}|} = E(Z) = \sum_{j=1}^{w} \int_{0}^{n} B^{(j)} v^{t} \, {}_{t}p_{x} \mu_{x}(t) dt + Bv^{n} \, {}_{n}p_{t} \qquad (1.30)$$

Anuitas Hidup *Due* Berjangka *n* Tahun

Anuitas hidup *due* berjangka *n* tahun menurut Futami (1993) adalah anuitas dengan pembayaran sebesar satu satuan yang dilakukan pada tiap awal periode dalam periode tertentu dan pembayarannya bergantung pada hidup matinya seseorang. Apabila total pembayaran anuitas tersebut bagi seseorang yang mengikuti program asuransi dinilai pada awal mulainya disebut anuitas sekarang dari anuitas tersebut, dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ maka diperoleh:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^{n}}{d} \qquad (1.31)$$

dengan d merupakan tingkat diskonto. Pada persamaan (1.31), besarnya pembayaran tetap setiap periodenya yaitu sebesar satu satuan.

Jika anuitas yang dibuat dengan melakukan perjanjian antara seorang pemegang polis dan perusahaan asuransi selama jangka waktu *n* tahun yang pembayaran dilakukan selama *n* tahun dan akan dihentikan jika telah melewati jangka waktu tersebut dan atau jika pemegang polis meninggal dunia dalam jangka waktu *n* tahun, maka dimisalkan besarnya pembayaran dengan fungsi *Y*, sehingga diperoleh:

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} & ,\text{untuk } k = 0,1,2,...,n-1 \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} & ,\text{untuk } k = n, n+1, n+2,... \end{cases}$$

Karena *k* merupakan variabel acak, maka p*resent value* dari pembayaran anuitas berjangka *n* tahun bentuk diskrit *due* merupakan ekspektasi dari *Y*

$$E(Y) = \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

$$= E\left(\ddot{a}_{\overline{K+1}|} + \ddot{a}_{\overline{n}|}\right)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{K+1}|}\, {}_k p_x q_{x+k} + \ddot{a}_{\overline{n}|}\, {}_n p_x$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k\, {}_k p_x \qquad (1.32)$$

Premi Tahunan

Premi tahunan merupakan cicilan pembayaran premi yang harus dilakukan oleh pemegang polis pada setiap periode pembayaran. Dua hal yang menentukan besarnya cicilan premi untuk setiap periode disebut *cashflow* (dilihat dari segi perusahaan asuransi), yaitu:

Inflow, adalah besarnya dana (uang) yang diterima perusahaan asuransi (*benefit premium*/cicilan premi).

Outflow, adalah *benefit* yang akan dibayarkan oleh perusahaan asuransi (*insurer*) kepada pemegang polis (*insured*).

Fungsi kerugian (*L*) didefinisikan sebagai perbedaan antara nilai sekarang dari *inflow* dan nilai sekarang dari pembayaran premi (*outflow*). Untuk menentukan besarnya cicilan premi dalam hal ini hanya dipertimbangkan berdasarkan pola benefit dan premi melalui fungsi kerugian dengan menggunakan prinsip ekivalensi. Karena *L* merupakan variabel acak maka besar premi tahunan dapat dihitung dari ekspektasi *L*, sebagai berikut:

E(*L*) = 0

E(nilai tunai *outflow* – nilai tunai *inflow*) = 0

Pada asuransi *n year endowment* (dwiguna) bentuk diskrit nilai tunainya adalah

$$\text{Nilai tunai outflow} = \begin{cases} v^{k_x+1} b_{k_x+1} & ,\text{untuk } k = 0,1,2,...,n-1 \\ v^n b_{k_x+1} & ,\text{untuk } k = n, n+1,... \end{cases}$$

$$\text{Nilai tunai inflow} = \begin{cases} P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{k+1}|} & ,\text{untuk } k = 0,1,2,...,n-1 \\ P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{n}|} & ,\text{untuk } k = n, n+1,... \end{cases} \qquad (1.33)$$

Premi tahunan asuransi jiwa *n year endowment* (dwiguna) bentuk diskrit dengan menggunakan prinsip ekivalensi, adalah:

E (*L*) = 0

E (nilai tunai *outflow* – nilai tunai *inflow*) = 0

$$E\left(v^{k_x+1} b_{k_x+1} + v^n b_{k_x+1} - P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{k+1}|} - P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{n}|}\right) = 0$$

$$E\left(v^{k_x+1}b_{k_x+1}+v^n b_{k_x+1}\ -P_{x:\overline{n}|}\left(\ddot{a}_{\overline{k+1}|}+\ddot{a}_{\overline{n}|}\right)\right)=0$$

$$E\left(v^n b_{k_x+1}+v^n b_{k_x+1}\ \right)-P_{x:\overline{n}|}E\left(\ddot{a}_{\overline{k+1}|}+\ddot{a}_{\overline{n}|}\right)=0$$

$$A_{x:\overline{n}|}-P_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{x:\overline{n}|}=0$$

$$P_{x:\overline{n}|}=\frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \quad (1.34)$$

Dengan :

$P_{x:\overline{n}|}$ = Premi tahunan untuk asuransi jiwa *n year endowment* (dwiguna) bentuk diskrit untuk usia *x* tahun.

$A_{x:\overline{n}|}$ = Premi tunggal bersih asuransi jiwa *n year endowment* (dwiguna) bentuk diskit untuk usia x tahun.

$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ = anuitas hidup berjangka *n* tahun bentuk *due*, yaitu anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan setiap awal periode dalam jangka waktu *n* tahun untuk usia x tahun.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini akan membahas perhitungan premi tahunan dengan model *multistate* dengan program asuransi dwiguna untuk model *Long Term Care.* Produk ini memberikan perlindungan kesehatan yang disebabkan oleh suatu penyakit dan perawatan medis di rumah sakit akibat kecelakaan. Peluang perpindahan status pemegang polis antar status menggunakan Model Markov Chain.

Pada penelitian ini, tertanggung berusia 35 tahun dengan masa asuransi selama 10 tahun dan uang pertanggungan sebesar Rp.100.000.000,- dengan tingkat suku bunga sebesar 7%. Banyaknya klaim per tahun untuk masing-masing state tidak dibatasi. Pembatasan hanya dilakukan pada benefit maksimum yang diberikan pada masing – masing state yaitu :

1. Kecelakaan sebesar Rp. 10.000.000,-
2. Sakit Golongan A sebesar Rp. 10.000.000,-
3. Sakit Golongan B sebesar Rp. 20.000.000,-
4. Meninggal sebesar Rp. 100.000.000,-

Jika selama masa asuransi tidak terjadi klaim, pada akhir masa kontrak asuransi tertanggung akan menerima sejumlah benefit. Pembayaran premi dilakukan pada awal masa asuransi.

Premi Tunggal Netto dan Anuitas Hidup Due Model Multistate Asuransi Long Term Care Dwiguna

Pemegang polis akan menerima sejumlah benefit jika mengalami suatu *decrement* dalam masa asuransi dan jika tidak terjadi klaim akan menerima sejumlah manfaat di akhir masa asuransi. Perpindahan antar status pemegang polis akan mempengaruhi besaran premi yang akan dibayarkan. Telah dijelaskan dalam Bab 3, pada penelitian ini menggunakan 5 status pemegang polis yang masing – masing terdiri dari: sehat, kecelakaan, sakit golongan A, sakit golongan B dan meninggal.

Jenis penyakit yang tergolong penyakit A adalah penyakit *non Critical Illness,* sedangkan penyakit yang tergolong penyakit golongan B adalah *Critical Illness.*

Tabel 1 Data pada penelitian ini

usia	k	v^k	l_x	d_1	d_2	d_3	d_4	${}_k p_x$
35	0	1	5451					0
36	1	0,934579	5451	32	119	11	95	1

usia	k	v^k	l_x	d_1	d_2	d_3	d_4	${}_k p_x$
37	2	0,873439	5194	8	83	2	49	0,952853
38	3	0,816298	5052	3	102	3	43	0,972661
39	4	0,762895	4901	2	92	5	28	0,970111
40	5	0,712986	4774	2	94	19	22	0,974087
41	6	0,666342	4637	4	126	12	19	0,971303
42	7	0,62275	4476	2	92	3	16	0,965279
43	8	0,582009	4363	1	91	1	26	0,974754
44	9	0,543934	4244	1	76	4	24	0,972725
45	10	0,508349	4139	14	73	5	11	0,975259

Dari data tersebut dihitung nilai peluang perpindahan antar status pemegang polis yang didapatkan berdasarkan data klaim untuk masing–masing *decrement*. Laju perubahan transisi [illegible]$_{ii}$[illegible]t[illegible] mengacu pada Persamaan (3.3) dalam penelitian ini diasumsikan untuk *I = j* sehingga di dapat matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$Q = \begin{bmatrix} 0,95285 & 0,00587 & 0,02183 & 0,00202 & 0,01743 \\ 0,25974 & 0,28571 & 0,09091 & 0,19481 & 0,16883 \\ 0,35294 & 0,07843 & 0,33333 & 0,05882 & 0,17647 \\ 0,07692 & 0,23077 & 0,00000 & 0,42308 & 0,26923 \\ 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 0,00000 & 1,00000 \end{bmatrix}$$

Baris kelima, kolom pertama sampai keempat bernilai 0 dikarenakan status berpindah ke status meninggal dunia dan kolom kelima baris kelima bernilai satu karena status tetap di meninggal dunia. Telah dijelaskan pada Bab 3 bahwa *Q = ADC,* dengan *A* merupakan matriks eigen *Q.*

Nilai eigen untuk matriks diatas diperoleh melaui persanaan persamaan (3.6) sehingga didapatkan:

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1,05020 \\ 0,94817 \\ 0,58732 \\ 0,26812 \\ 0,14116 \end{bmatrix},$$

sehingga Matriks A :

$$A = \begin{bmatrix} 0,22643 & 0,97347 & -0,02406 & -0,02238 & 0,00022 \\ 0,03580 & 0,00590 & 0,56677 & 0,01750 & 0,82289 \\ 0,24539 & -0,02953 & 0,27119 & 0,90471 & -0,21649 \\ 0,03487 & 0,00262 & 0,76905 & -0,36516 & -0,52345 \\ 0,94128 & -0,22680 & -0,11495 & -0,21761 & 0,04448 \end{bmatrix}$$

Dari matriks tersebut diperoleh matriks $C = A^{-1}$

$$C = \begin{bmatrix} 0,22643 & 0,03580 & 0,24539 & 0,03487 & 0,94128 \\ 0,97347 & 0,00590 & -0,02953 & 0,00262 & -0,22680 \\ -0,02406 & 0,56677 & 0,27119 & 0,76905 & -0,11495 \\ -0,02238 & 0,01750 & 0,90471 & -0,36516 & -0,21761 \\ 0,00022 & 0,82289 & -0,21649 & -0,52345 & 0,04448 \end{bmatrix}$$

Besar anuitas awal untuk perhitungan premi ini adalah:

$$\ddot{a}_{35:\overline{10}|} = \sum_{k=0}^{10} v^k \, {}_k p_{35}$$

Berdasarkan rumusan di atas didapatkan hasil anuitas sebesar 6,6433 yang merupakan nilai saat ini dari sederetan pembayaran sebesar 1 satuan setiap tahun selama 10 tahun. Berdasarkan Persamaan (3.13) maka didapatkan premi *netto* untuk tertanggung di atas adalah:

$$\bar{A}_{35:\overline{10}|} = \sum_{i=1} \sum_{j=1} \sum_{u=35} b_{ij} e^{-\delta(u-x)} \sum_{h=1} p_{ih}(x,u) \sum_{n=1} a_{hn}^{(u)} c_{nj}^{(u)} \frac{\ }{d_n^{(u)} \ \delta} + b_{11} e^{-10\delta} \, {}_{10}p_{35}$$

$$= 29.357.615 + 44.625.001$$

$$= 73.982.616$$

maka harga premi tahunan untuk kasus diatas adalah:

$$P\bar{A}_{35:\overline{10}|} = \frac{73.982.616}{6,6433}$$

$$= 11.136.290$$

Jika seseorang yang berusia 35 tahun ingin mengikuti program asuransi *Long Term Care* selama 10 tahun maka besar premi yang harus dibayarkan per tahun adalah sebesar Rp. 11.136.290,-.

SIMPULAN

Pemodelan produk asuransi *multiple decrement* memperhitungkan terjadinya suatu *decrement* dapai disebabkan oleh *decrement* lainnya. Dasar pemodelan tersebut adalah rantai markov dengan status diskrit dan waktu kontinu yang ditunjukkan dengan model peluang transisi antar *decrement.* Perhitungan premi tahunan pada penelitian ini selain dipengaruhi oleh dengan peluang perpindahan status *decrement,* dipengaruhi oleh perpindahan status laju konstan dipartisi.

DAFTAR PUSTAKA

Beebe, N. H. F. (2017). A Complete Bibliography of the Journal of the Royal Statistical Society, Series A family: 1960–1969. *Statistics*, *510*, 795.

Christiansen, M. C. (2012). Multistate models in health insurance. *AStA Advances in Statistical Analysis*, *96*(2), 155–186.

Craig, G. C., & Cohen, B. G. (2006). Fluctuations in an equilibrium convective ensemble. Part I: Theoretical formulation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, *63*(8), 1996–2004.

Dickson, D. C. M., Hardy, M. R., & Waters, H. R. (2019). *Actuarial mathematics for life contingent risks*. Cambridge University Press.

Gerber, H. U., & Shiu, E. S. W. (1994). Martingale approach to pricing perpetual American options. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, *24*(2), 195–220.

Haberman, S. (1983). Decrement tables and the measurement of morbidity: I. *Journal of the Institute of Actuaries*, *110*(2), 361–381.

Haberman, S., Olivieri, A., & Pitacco, E. (1997). *Multiple state modelling and long term care insurance*. Society of Actuaries.

Januarti, A., Lestari, R., & Baqi, A. I. (2019). PENGHITUNGAN CADANGAN PREMI TAHUNAN PADA ASURANSI JIWA SEUMUR HIDUP DENGAN MENGGUNAKAN METODE FACKLER. *Jurnal Matematika UNAND*, *4*(3), 1–6.

Jennejohn, M. (2015). Innovation and the Institutional Design of Merger Control. *J. Corp. L.*, *41*, 167.

Jones, B. L. (1997). Stochastic models for continuing care retirement communities. *North American Actuarial Journal*, *1*(1), 50–68.

Kamal, I., Devianto, D., & Yanuar, F. (2014). Penentuan premi tahunan pada asuransi joint life dengan menggunakan anuitas reversionary. *Jurnal Matematika UNAND*, *3*(4), 112–120.

Klein, J. P., Van Houwelingen, H. C., Ibrahim, J. G., & Scheike, T. H. (2014). *Handbook of survival analysis*. CRC Press Boca Raton, FL:

Koenker, R., Chernozhukov, V., He, X., & Peng, L. (2017). *Handbook of quantile regression*.

Liani, P., Rohaeni, O., & Badruzzaman, F. H. (2016). Perhitungan Cadangan Premi Asuransi Joint Life dengan Menggunakan Metode Retrospektif. *Prosiding Matematika*, 225–232.

Margareta, L. (2010). *Analisis anuitas pada penentuan premi asuransi jiwa*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.

Mutiya, F. K., Noviyanti, L., & Setyanto, G. R. (2012). Menentukan Rumusan Premi Tahunan Menggunakan Model Multiple State Asuransi Long Term Care Dwiguna. *Prosiding Seminar Nasional Statistika| Departemen Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran*, *3*, 59–76.

Novri, F. (2016). PENENTUAN BESAR CADANGAN PADA ASURANSI JIWA BERSAMA DWIGUNA DENGAN MENGGUNAKAN METODE ILLINOIS. *Jurnal Matematika UNAND*, *5*(3), 85–91.

Promislow, S. D. (2014). *Fundamentals of actuarial mathematics*. John Wiley & Sons.

Setyanto, G. R. (2010). MENENTUKAN PREMI TUNGGAL NETTO MENGGUNAKAN MODEL RANTAI MARKOV PADA ASURANSI DWIGUNA MULTIPLE DECREMENT. *Prosiding Seminar Nasional Statistika| Departemen Statistika FMIPA Universitas Padjadjaran*, *1*, 41–51.

Wienke, A. (2010). *Frailty models in survival analysis*. Chapman and Hall/CRC.