



Proses Representasi Matematis Siswa SMP Kelas VIII dalam Menyelesaikan Masalah Kontekstual Persamaan Garis Lurus Berdasarkan Langkah Polya

Annafi Awantagusnik

Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah, Institut

Agama Islam Al-Qolam Malang

Email: annafi@alqolam.ac.id

Abstrak

Penelitian kualitatif deskriptif ini bertujuan untuk mendeskripsikan representasi matematis siswa dalam menyelesaikan masalah TIMSS. Representasi matematis adalah kemampuan siswa dalam menyampaikan menuliskan ide matematika dalam bentuk konfigurasi karakter, gambar, objek konkret, dan sebagainya untuk menggambarkan permasalahan. Representasi matematis yang dimaksud adalah representasi eksternal yang terdiri dari representasi verbal, visual, dan simbolik. Subjek penelitian dalam penelitian ini adalah siswa SMPN 6 Malang kelas VIII. Instrumen yang digunakan adalah lembar soal yang terdiri dari 3 (satu diantaranya adalah permasalahan kontekstual), dan lembar pedoman wawancara. Soal yang digunakan terkait dengan persamaan garis lurus, gradien garis lurus, dan grafiknya. Berdasarkan hasil pekerjaan siswa, peneliti mengategorikan siswa ke dalam kelompok yang terdiri dari kelompok yang mampu merepresentasikan permasalahan kontekstual dalam 3 jenis representasi (simbolik, visual, dan verbal), 2 jenis representasi (visual dan verbal), dan 1 jenis representasi (verbal). Peneliti melakukan wawancara pada 2 subjek dari masing-masing kelompok kemudian mendeskripsikan representasi matematis yang dilakukan subjek untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang didasarkan langkah Polya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa sudah mampu menggunakan lebih dari satu representasi untuk menyelesaikan permasalahan kontekstual, namun masih ditemukan siswa yang masih bisa menggunakan satu representasi saja, sehingga perlu dilakukan peningkatan kemampuan representasi siswa.

Kata Kunci: *Representasi Matematis, Masalah Kontekstual, Persamaan Garis Lurus.*

Abstract

This descriptive qualitative research aims to describe the mathematical representation of students in solving the TIMSS problems. Mathematical representation is ability of students to convey mathematical ideas in character configurations, pictures, concrete objects, etc. to describe problems. The mathematical representation in this research is external representation consisting of verbal, visual, and symbolic representations. The research subjects were students of SMPN 6 Malang class VIII. The instrument are question sheet consisting of 3 problems (with one question is contextual problem), and interview guide sheet. The problems used are related to linear equations, gradients, and their graphs. Based on the results of student work, the researcher categorizes students into groups consisting of groups that are able to represent contextual problems in 3 types of representation (symbolic, visual, and verbal), 2 types of representation (visual and verbal), and 1 type of representation (verbal). Researcher conducted interviews with 2 subjects from each group and described the mathematical representations made by the subjects to solve contextual problems based on Polya's steps. Results showed that students were able to use many representations to solve contextual problems, but there were still students who could use only one representation, so it was necessary to improve students' representational abilities.

Keywords: *Mathematical Representation, Contextual Problem, Linear Equation.*

PENDAHULUAN

Permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang banyak mengandung permasalahan matematis, dapat direpresentasikan dalam bentuk matematis. Sebagai contoh, pertumbuhan penduduk dapat direpresentasikan

dalam bentuk grafik maupun diagram, sebaran hobi siswa suatu sekolah dapat direpresentasikan dalam diagram dan lain sebagainya. Masalah tersebut tentunya tidak hanya dapat direpresentasikan dalam satu bentuk saja, namun bisa beragam. Penggunaan beragam representasi matematika tersebut dapat meningkatkan pemahaman siswa mengenai suatu konsep matematis (Sierpinska, 1992; Lesh, Behr, & Post, 1987). Bal (2015) juga mengatakan bahwa menggunakan beragam jenis representasi dan translasi antara representasi-representasi tersebut sangat penting, yakni untuk mengekspresikan ide-ide matematis seseorang. Selain untuk meningkatkan pemahaman dan mengekspresikan ide-ide matematis, penggunaan beragam representasi juga penting untuk membantu penginterpretasian konsep matematis seseorang (Pape & Tchoshanov, 2001). Pentingnya penggunaan representasi matematis yang beragam tersebut juga sesuai dengan prinsip dan standar untuk matematika sekolah menurut NCTM (2000). NCTM (2000) menyatakan bahwa pendidikan matematika di sekolah setidaknya harus melibatkan banyak representasi dalam pembelajarannya.

Representasi matematis merupakan salah satu bagian dari penyelesaian masalah matematis. Minarni, Napitupulu, & Husein (2016) menyatakan bahwa tujuan mempelajari beragam konsep matematis adalah untuk menyelesaikan masalah, sedangkan melalui penyelesaian masalah, siswa dapat mengembangkan kemampuan representasi mereka. Anderson (2001) menyatakan bahwa siswa dikatakan memahami suatu konsep jika ia mampu mengkonstruksi makna dari permasalahan, baik secara oral, tertulis, maupun grafik selama pembelajaran. Berdasarkan hal tersebut representasi matematis dapat dikembangkan melalui penyelesaian masalah dan pemahaman konsep siswa.

Representasi merupakan konfigurasi karakter, gambar, objek konkret, dan sebagainya yang dapat menyimbolkan atau menggambarkan sesuatu yang lain (Kaput 1985; Goldin, 1998; DeWindt-King, & Goldin, 2003). Lesh, Landau, & Hamilton (1983) menyatakan bahwa terdapat lima jenis representasi yang berguna untuk pemahaman matematis, yakni pengalaman kehidupan nyata, model manipulatif, gambar atau diagram, kata-kata secara lisan, dan simbol-simbol tertulis. Lima jenis representasi ini berkaitan dengan jenis-jenis representasi menurut Bruner (1966) yang membagi jenis-jenis representasi menjadi tiga kategori, yaitu *enactive*, *iconic*, dan *symbolic*. Pengalaman kehidupan nyata dan model manipulatif merupakan representasi *enactive*, gambar dan diagram merupakan representasi *iconic*, dan kata-kata lisan dan simbol-simbol tertulis merupakan representasi *symbolic*. Sementara itu, Goldin & Shteingold (2001) menuliskan dua sistem representasi yaitu sistem representasi eksternal dan sistem representasi internal. Representasi eksternal meliputi representasi konvensional yang biasanya dinyatakan secara simbolik, sedangkan representasi internal dibentuk dalam pemikiran seseorang yang mampu menentukan pengertian matematis (Goldin & Shteingold, 2001). Sistem penghitungan, persamaan matematis, ekspresi aljabar, grafik, figur geometris, garis bilangan, dan bahasa baik secara tertulis maupun lisan merupakan beberapa contoh dari representasi eksternal. Sedangkan contoh dari representasi internal adalah sistem notasi, bahasa, imajinasi visual, dan strategi penyelesaian masalah seseorang. Dalam penelitian ini, representasi yang diteliti berpusat pada representasi eksternal siswa. Villegas, Castro & Gutierrez (2009) menyebutkan bahwa tipe-tipe representasi eksternal seseorang dibagi menjadi tiga yaitu (1) representasi verbal, yang biasanya diungkapkan dalam bahasa baik secara tertulis maupun lisan; (2) representasi piktorial/visual yang terdiri dari gambar, diagram atau grafik; dan (3) representasi simbolik, yang terdiri dari bilangan, operasi, simbol aljabar, dan aktivitas-aktivitas lain yang saling terkait.

Salah satu topik matematika yang melibatkan beragam representasi adalah persamaan garis lurus. Di Indonesia, materi ini diberikan pada jenjang sekolah menengah pertama. Persamaan garis lurus berkaitan dengan kemiringan atau gradien suatu garis lurus, menentukan persamaan suatu garis lurus, dan menentukan kedudukan dua garis. Dari masing-masing bagian dari materi persamaan garis lurus tersebut, melibatkan berbagai representasi seperti representasi visual yang berupa grafik dan representasi simbolik yang bisa berupa persamaan. Dalam kurikulum pendidikan matematika di Indonesia, persamaan dari persamaan garis lurus berkaitan dengan standar kompetensi pemahaman bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan juga persamaan garis lurus (Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2006). Persamaan garis lurus berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Salah satu contoh penerapan materi ini adalah masalah yang berkaitan dengan kecepatan suatu kendaraan. Pelibatan banyak representasi dalam penyelesaian masalah akan mempermudah mendapatkan solusi karena siswa akan menemukan banyak alternatif penyelesaian. Penyelesaian masalah dalam penelitian ini mengacu pada empat langkah Polya (1973) yang terdiri dari *understanding the problem*, *devising plan*, *carrying out the plan*, dan *looking back* yang diartikan menjadi memahami masalah, membuat perencanaan,

melaksanakan perencanaan, dan melihat kembali hasil yang diperoleh. Menurut Polya (1973), langkah-langkah pemecahan masalah matematika tersebut mengarahkan kepada kesadaran dan pengaturan siswa terhadap proses yang dilaksanakan untuk memperoleh solusi yang tepat. Peneliti menggunakan langkah penyelesaian masalah Polya karena langkah ini lebih berfokus pada proses menyelesaikan masalah bukan pada jawaban akhir.

Lee (2012) mengemukakan bahwa penggunaan masalah kontekstual atau masalah yang mengandung konteks dalam matematika bukanlah sesuatu yang baru. Dalam teori Pendidikan Matematika Realistik, konteks atau masalah kontekstual memainkan peran penting sebagai titik awal pembelajaran bagi siswa untuk mengeksplorasi gagasan matematika dalam situasi yang 'nyata' bagi mereka (Gravemeijer & Doorman, 1999). Gravemeijer dan Doorman (1999) mengatakan bahwa situasi nyata yang menunjang masalah kontekstual tersebut didasarkan pada pengalaman yang tidak mengesampingkan masalah matematika dan "realitas pengalaman yang tumbuh seiring dengan perkembangan matematika siswa.". Freudenthal (1991) mengatakan bahwa penggunaan masalah yang berisi konteks dapat membantu siswa dalam mengeksplorasi matematika dan mengembangkan pemikiran matematis mereka. Widjaja (2013) mengemukakan salah satu karakteristik utama dari masalah kontekstual yang baik adalah kemampuan masalah tersebut untuk mengeluarkan berbagai interpretasi matematis dan strategi untuk mendapatkan solusi. Jadi, berbeda dengan masalah pada umumnya, masalah kontekstual merupakan masalah yang mengandung konteks di dalamnya dan mampu menyajikan situasi 'nyata' untuk siswa dan mendukung proses matematika siswa.

Berdasarkan kondisi di lapangan ketika peneliti mengajar, siswa mengalami kesulitan dalam merepresentasikan permasalahan kontekstual secara visual atau simbolik. Kebanyakan siswa hanya memahami makna dari permasalahan kontekstualnya saja, hal ini mengindikasikan bahwa kebanyakan siswa hanya mampu menggunakan representasi verbal dalam permasalahan kontekstual tersebut. Sementara itu, dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual, representasi yang dibutuhkan tidak hanya verbal saja, namun juga bisa berupa visual maupun simbolik. Hal ini tentunya merupakan salah satu masalah yang harus diatasi oleh pendidik karena representasi merupakan hal yang sangat penting.

Berdasarkan hal-hal di atas, penting untuk dilakukan penelitian terkait proses representasi siswa kelas VIII dalam menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan materi persamaan garis lurus yang dikaitkan dengan langkah Polya. Representasi yang dimaksud adalah representasi eksternal yang terdiri dari representasi verbal, representasi visual, dan representasi simbolik.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif dimana peneliti mendeskripsikan representasi matematis siswa kelas VIII SMPN 6 Malang dalam menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan materi persamaan garis lurus. Subjek penelitian dalam penelitian ini adalah siswa SMPN 6 Malang kelas VIII yang diambil dari 33 siswa dalam satu kelas. Pengambilan subjek dalam penelitian ini dilakukan dengan kriteria tertentu (*purposive sampling*). Adapun beberapa kriteria penentuan subjek dalam penelitian ini adalah siswa yang mampu menggunakan representasi yang terdiri dari representasi verbal, representasi visual, dan representasi simbolik. Subjek diambil dengan kriteria yang mampu menggunakan tiga jenis representasi, dua jenis representasi, atau hanya satu jenis representasi saja.

Berikut adalah indikator dari terpenuhinya penggunaan representasi dalam penyelesaian masalah persamaan garis lurus

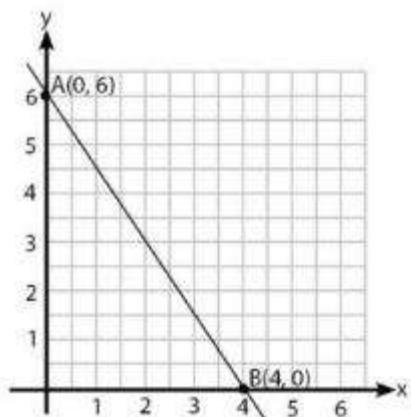
Tabel 1. Indikator Penggunaan Representasi Berdasarkan Villegas, Castro & Gutierrez (2009)

| Jenis Representasi | Indikator |
|-----------------------|--|
| Representasi Verbal | <ul style="list-style-type: none"> Siswa mampu menjelaskan konteks permasalahan baik secara lisan maupun tulisan |
| Representasi Visual | <ul style="list-style-type: none"> Siswa mampu merepresentasikan permasalahan dalam bentuk visual (grafik) Mampu membaca representasi grafik dari permasalahan |
| Representasi simbolik | <ul style="list-style-type: none"> Siswa mampu merepresentasikan permasalahan dalam bentuk simbolik |

Instrumen yang digunakan adalah lembar soal persamaan garis lurus yang terdiri dari 3 soal, dan lembar

pedoman wawancara. Soal yang diberikan adalah sebagai berikut

1. Diketahui grafik persamaan garis lurus seperti pada gambar di bawah ini.
 - a. Tentukan gradien (m) dari garis lurus tersebut
 - b. Tentukan persamaan garis lurus tersebut



2. Diketahui garis lurus l melalui titik $A(-2, -2)$ dan $B(2, 6)$.
 - a. Tentukan gradien (m) dari garis l
 - b. Tentukan persamaan garis yang melalui titik $(4, 3)$ dan tegak lurus terhadap garis l serta gambarkan grafiknya
3. Pertambahan tinggi pohon yang dimiliki Tina tiap bulannya selalu tetap. Pohon tersebut diperkirakan akan berhenti bertambah tinggi setelah 3 tahun penanaman. Pada awal Januari 2020, pohon tersebut pertama kali ditanam dan mempunyai tinggi sebesar 30 cm . Pada awal November pada tahun yang sama, tinggi pohon Tina adalah 50 cm .
 - a. Gambarkan grafik pertambahan tinggi pohon Tina tersebut. Jika grafiknya berbentuk garis lurus, berapakah gradiennya?
 - b. Tuliskan persamaan garis untuk pertumbuhan pohon Tina
 - c. Berapakah tinggi pohon Tina pada awal Februari 2021?

Untuk soal nomor 1 digunakan untuk melihat representasi verbal dan visual dari siswa, soal nomor 2 digunakan untuk melihat representasi verbal dan simbolik siswa, sedangkan soal nomor 3 digunakan untuk melihat penggunaan ketiga jenis representasi untuk menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan persamaan garis lurus.

Setelah mendapatkan data, peneliti melakukan analisis data menurut Sugiyono (2014) yaitu yang terdiri dari *data reduction*, *data display*, dan *conclusion drawing/ verification*. Setelah mendapatkan data yang berupa hasil tes tulis soal persamaan garis lurus, peneliti akan mereduksi data dengan mengambil subjek penelitian sesuai dengan kriteria yang sudah ditetapkan yakni sesuai indikator. Kemudian, peneliti akan melakukan wawancara terkait hasil pekerjaan siswa yang sudah terpilih untuk verifikasi hasil pekerjaan siswa dan menggali informasi lebih dalam terkait penggunaan representasi matematis dalam penyelesaian masalah yang dikaitkan dengan langkah Polya. Berdasarkan hasil wawancara tersebut, peneliti mendeskripsikan representasi matematis siswa dalam menyelesaikan soal persamaan garis lurus. Setelah dilakukan wawancara, peneliti menyajikan data hasil temuannya dan kemudian menarik kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian yang didapatkan diperoleh sebaran jawaban siswa seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Pekerjaan Siswa

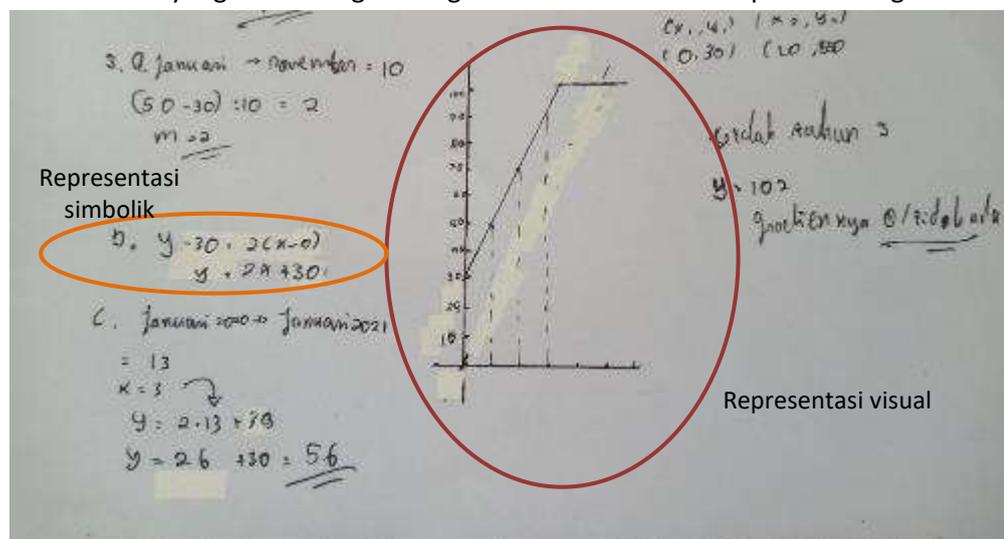
| Nomor soal | Persentase Jawaban Benar | Persentase Jawaban Salah | Alasan |
|------------|--------------------------|--------------------------|---|
| 1a | 88 % | 12% | 12% tidak memahami konsep gradien |
| 1b | 33% | 67% | 6% tidak teliti 9% salah penggunaan rumus 48,5% tidak paham operasi pembagian 3,5% tidak mengerjakan |
| 2a | 97% | 3% | 3% tidak mengerjakan |
| 2b | 9% | 91% | 12% tidak paham operasi pembagian |

| Nomor soal | Persentase Jawaban Benar | Persentase Jawaban Salah | Alasan |
|------------|--------------------------|--------------------------|--|
| | | | 60,6% salah penggunaan rumus 6% tidak teliti 12,4% tidak mengerjakan |
| 3a | 3% | 97% | 45,5% tidak menjawab gradien dan grafik garis lurus yang kedua 24,2% representasi grafik dan gradien salah 27,3% tidak mengerjakan |
| 3b | 3% | 97% | 18,2% mengalami kesalahan perhitungan 48,8% tidak menjawab untuk persamaan garis kedua 30% tidak mengerjakan |
| 3c | 18,2 % | 81,8% | 30% tidak menjawab 51,8% salah memodelkan |

Berdasarkan hasil pekerjaan siswa, peneliti memetakan siswa ke dalam kelompok yang mampu merepresentasikan dalam ketiga jenis representasi (representasi verbal, visual, dan simbolik), kelompok yang mampu merepresentasikan dalam dua jenis representasi (representasi verbal dan visual), dan juga kelompok yang hanya mampu merepresentasikan secara verbal. Berikut akan dipaparkan pembahasan pengerjaan soal masalah kontekstual dari masing-masing kelompok siswa tersebut sekaligus dengan proses representasi siswa yang dikaitkan dengan langkah Polya.

Siswa yang mampu merepresentasikan dalam representasi verbal, visual, dan simbolik (S1 dan S2)

S1 dan S2 mampu menyelesaikan permasalahan rutin yang berhubungan dengan persamaan garis lurus dengan merepresentasikannya dalam tiga jenis representasi, begitu pula untuk permasalahan kontekstual dengan topik yang sama. S1 dan S2 mampu menghubungkan permasalahan kontekstual yang diberikan dengan masalah persamaan garis lurus. Berikut Gambar 1 adalah salah satu hasil pekerjaan S1 dalam menyelesaikan soal nomor 3 yang berhubungan dengan masalah kontekstual persamaan garis lurus.



Gambar 1. Hasil Pekerjaan S1 pada Masalah Nomor 3

Berdasarkan hasil pekerjaan S1, dapat disimpulkan bahwa S1 mampu mencari gradien dari garis yang menyatakan grafik pertumbuhan pohon. Dari gradien yang ia dapatkan, S1 mampu menentukan persamaan garis dari grafik tersebut, dan terakhir S1 mampu menentukan tinggi pohon pada Februari 2021. Berdasarkan wawancara, S1 mampu merepresentasikan permasalahan secara verbal saat langkah memahami masalah S1 : “ Disitu yang diketahui adalah tinggi pohon pada awal ditanam yaitu Januari 2020 adalah 30 cm dan tinggi pohon pada November 2020 yaitu 50 cm. Setelah 3 tahun penanaman, pohon berhenti bertambah tinggi. Pada soal ini, kita diminta untuk menggambar grafik pertumbuhannya, mencari gradien garisnya, menentukan persamaan garisnya, dan menentukan tinggi pohon pada Februari 2021.”

S1 mampu menyimpulkan bahwa selama 10 bulan, pohon bertambah sebanyak 20 cm, sehingga memperoleh gradien 2, berbeda dengan S2 yang menggambar grafiknya terlebih dahulu kemudian baru menghitung gradien menggunakan dua titik yang diketahui dari grafik. Mereka mampu menjelaskan proses mendapatkan jawaban tersebut dengan baik secara verbal. Hal ini sesuai dengan Kaput (1987), Lesh (1987),

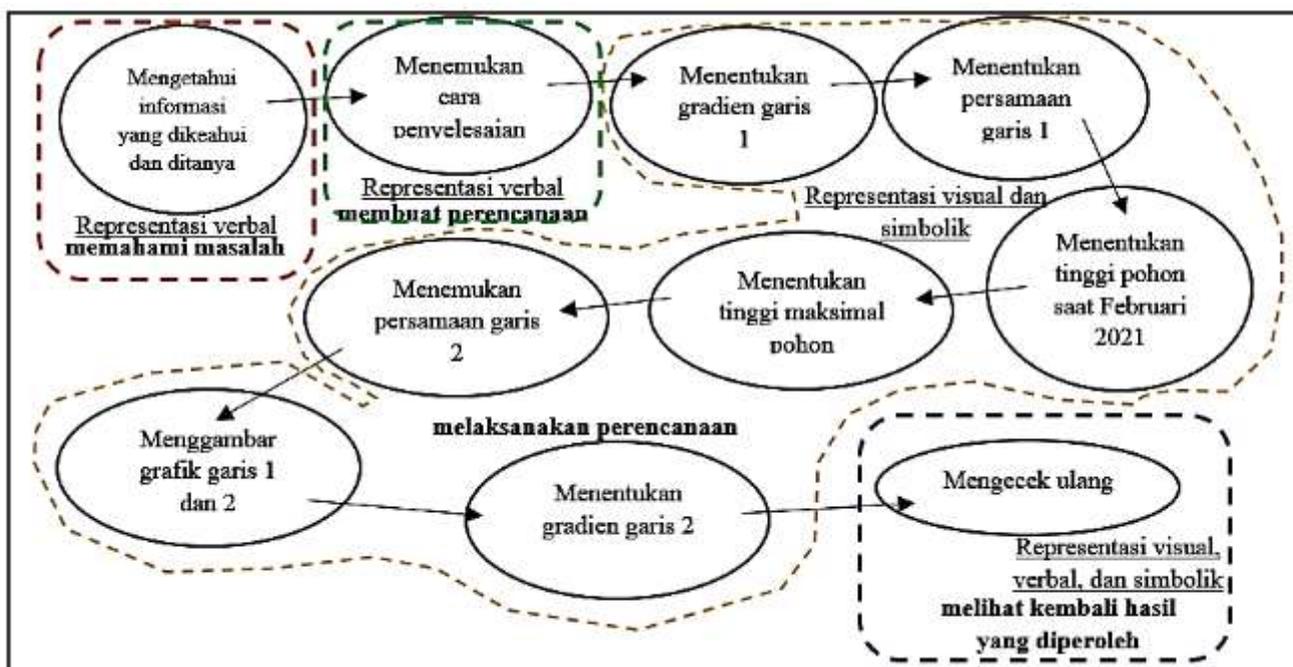
Zhang (1997), Johnson (1998), dan Milrad (2002) yang menjelaskan bahwa kemampuan representasi verbal dicirikan dengan kemampuan dalam merubah sifat dan hubungan dalam permasalahan matematis ke dalam bentuk verbal.

S1 dan S2 mampu menguasai representasi simbol diwakili dengan mampu mencari persamaan garis dari permasalahan. Setelah mendapatkan gradien dari garis, S1 dan S2 langsung menyubstitusikan gradien tersebut ke dalam salah satu rumus untuk menentukan persamaan garis lurus. Hal ini sesuai dengan pendapat Lesh, Post, & Behr (1987) yang menyatakan bahwa kemampuan representasi simbolik dicirikan dengan kemampuan dalam mengubah permasalahan matematis ke dalam representasi dari rumus aritmatika.

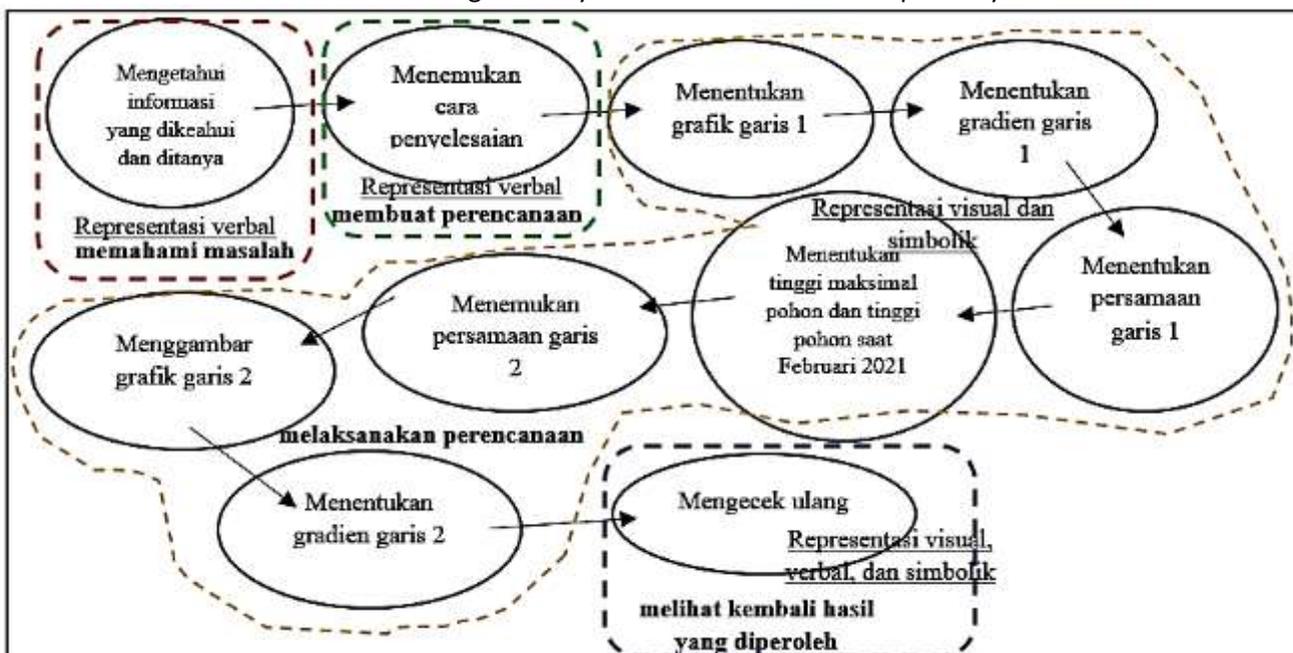
Kemampuan representasi visual S1 dan S2 terpenuhi dengan bukti bahwa S1 dan S2 mampu menggambarkan grafik pertumbuhan pohon yang terdiri dari dua persamaan garis dengan benar.

S2 : "Setelah tiga tahun penanaman, pohon akan berhenti tumbuh. Jadi setelah tiga tahun, grafiknya akan konstan"

Berkaitan dengan langkah penyelesaian dari S1 dan S2 dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual akan dijelaskan dalam Gambar 2 dan 3 berikut ini.



Gambar 2. Langkah Penyelesaian S1 menurut Tahapan Polya



Gambar 3. Langkah Penyelesaian S2 menurut Tahapan Polya

Keterangan: garis 1 adalah garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun, garis 2 adalah garis yang mewakili pertumbuhan pohon setelah tiga tahun.

Berdasarkan Gambar 1 dan 2, S1 dan S2 sama-sama menggunakan representasi verbal dalam langkah

memahami masalah, baik S1 dan S2 mampu menjelaskan maksud dari soal secara tertulis dan lisan. Pada langkah membuat perencanaan, S1 dan S2 juga mampu menjelaskan metode penyelesaian yang akan digunakan untuk menjawab masalah kontekstual secara verbal. Pada langkah melaksanakan perencanaan, S1 dan S2 melakukan langkah yang berbeda. S1 pertama menentukan gradien dari garis 1 yang merupakan garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun dimana proses tersebut melibatkan representasi simbolik. Kemudian, S1 memilih untuk menentukan persamaan garis 1 berdasarkan gradien yang diketahui dan proses ini juga melibatkan representasi simbolik. Setelah itu, S1 menentukan tinggi pohon saat Februari 2021 terlebih dahulu berdasarkan persamaan yang didapatkan pada langkah sebelumnya dimana hal ini melibatkan representasi simbolik. Karena tinggi pohon berhenti setelah 3 tahun penanaman, S1 menghitung tinggi maksimal pohon, menggunakan persamaan yang didapatkan sebelumnya, dan kemudian mendapatkan bahwa tinggi pohon maksimal adalah 102 cm. Berdasarkan tinggi maksimal tersebut, S1 mendapatkan persamaan garis dan grafik garis 2 yang merupakan lanjutan dari garis 1 yang berupa garis konstan $y = 102$. Proses tersebut juga melibatkan representasi visual dan simbolik dimana S1 mampu mendapatkan persamaan dan grafik garis 2. Setelah garis 2 yakni garis $y = 102$ digambarkan, S1 menentukan gradiennya dimana S1 pada awalnya menuliskan bahwa gradiennya adalah 0 atau tidak ada. Setelah wawancara, S1 mengembalikan pada cara mencari gradien melalui 2 titik sehingga S1 menjawab gradiennya adalah 0. Setelah mendapatkan jawaban untuk keseluruhan soal, S1 melakukan pemeriksaan kembali terhadap pekerjaannya pada langkah melihat kembali hasil yang diperoleh dengan menggunakan ketiga representasi, yaitu verbal, visual, dan simbolik.

Hal pertama yang dilakukan S2 pada langkah melaksanakan perencanaan adalah menentukan dahulu grafik garis 1 berdasarkan hal yang diketahui, yaitu tinggi pohon saat bulan Januari 2020 yaitu 30 cm dan November 2020 yaitu 50 cm. Kedua, berdasarkan grafik tersebut, S2 menentukan gradien garisnya. Proses pertama dan kedua tersebut secara berturut-turut melibatkan representasi visual dan simbolik. Setelah mendapatkan gradien, S2 memutuskan untuk mencari persamaan garis menggunakan gradien dan salah satu titik yang diketahui secara simbolik. Karena tinggi pohon berhenti setelah 3 tahun penanaman, S2 menghitung tinggi maksimal pohon, menggunakan persamaan yang didapatkan sebelumnya, dan kemudian mendapatkan bahwa tinggi pohon maksimal adalah 102 cm kemudian S2 baru menghitung tinggi pohon saat Februari 2021 secara simbolik dan menemukan bahwa tingginya adalah 56 cm. Karena tinggi pohon maksimal adalah 102 cm, S2 melanjutkan garis konstan $y = 102$ setelah garis 1 berhenti, hal ini menunjukkan bahwa S2 mampu merepresentasikan secara grafik garis yang konstan. Terakhir, pada langkah melaksanakan perencanaan, secara simbolik S2 menghitung gradien garis 2 dan menemukan bahwa gradien garis 2 adalah 0. Setelah mendapatkan jawaban untuk keseluruhan soal, sama halnya dengan S1, S2 melakukan pemeriksaan kembali terhadap pekerjaannya pada langkah melihat kembali hasil yang diperoleh dengan menggunakan ketiga representasi, yaitu verbal, visual, dan simbolik. Representasi yang digunakan S1 dan S2 dalam menyelesaikan masalah dapat disimpulkan pada Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3. Penggunaan Jenis Representasi S3 dan S4 pada Langkah Penyelesaian Masalah Polya

| Langkah Polya | memahami masalah | memahami masalah | melaksanakan perencanaan | melihat kembali hasil yang diperoleh |
|---------------------|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Representasi Verbal | √ | √ | – | √ |
| Visual | – | – | √ | √ |
| Simbolik | – | – | √ | √ |

Siswa yang mampu merepresentasikan dalam representasi verbal, dan visual (S3 dan S4)

S3 dan S4 mampu menyelesaikan permasalahan rutin yang berhubungan dengan persamaan garis lurus dengan merepresentasikannya dalam dua jenis representasi yaitu representasi verbal dan juga representasi visual, begitu pula untuk permasalahan kontekstual dengan topik yang sama. S3 dan S4 mampu menghubungkan permasalahan kontekstual yang diberikan dengan masalah persamaan garis lurus hanya pada grafik atau visualnya, sedangkan untuk menentukan persamaan garisnya masih kesulitan. Namun, kedua subjek ini tidak memandang bahwa permasalahan tersebut terdiri dari dua persamaan garis lurus tetapi memahami bahwa grafiknya terdapat dua persamaan garis lurus. Berikut adalah hasil wawancara dari S3

terkait masalah tersebut

S3 : “ Jadi, karena pohon tersebut akan berhenti tumbuh setelah tiga tahun penanaman, maka, grafik yang miring ini akan berhenti setelah 3 tahun, kemudian mendatar seterusnya”

S3 dan S4 secara verbal mampu mengemukakan apa yang dimaksudkan oleh soal yang diberikan. Mereka mampu mengemukakan apa yang diketahui dan ditanyakan soal. Berdasarkan indikator, S3 dan S4 memenuhi indikator dalam kemampuan representasi verbal.

Berikut Gambar 4 adalah salah satu hasil pekerjaan S3 dalam menyelesaikan soal nomor 3

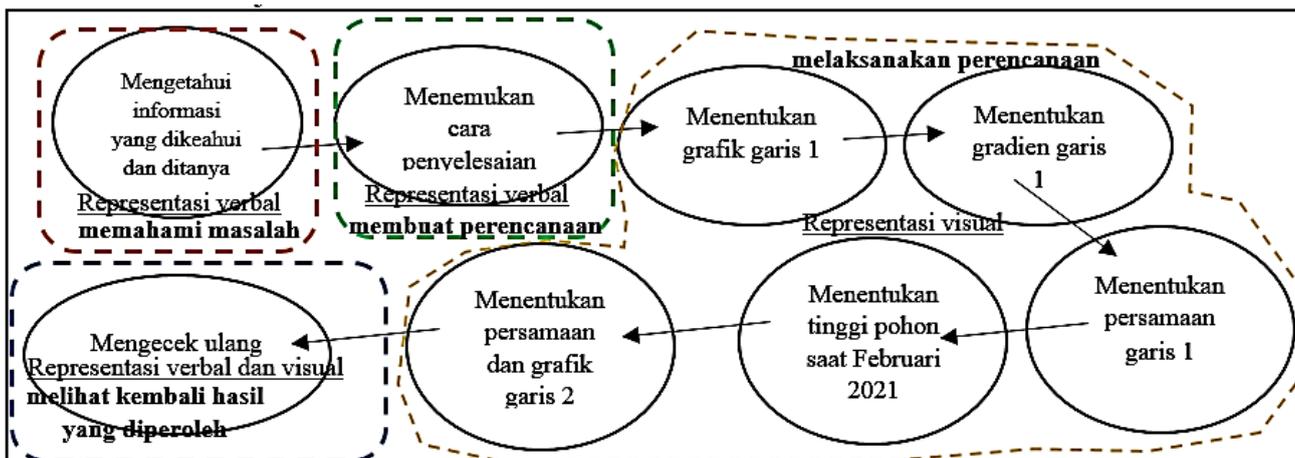
Gambar 4. Representasi simbolik yang salah S3

S3 menggambarkan grafik dengan menghubungkan dua titik yang diketahui dari soal. Setelah menghubungkan kedua titiknya, S3 mencari gradiennya kemudian mencari persamaan garisnya. Dalam menyederhanakan persamaan garisnya, S3 mengalami kesalahan seperti pada gambar

S3 : “Yang mengandung 2, saya bagi dengan dua. Sedangkan yang tidak mengandung dua, tetap”

Hal tersebut yang menyebabkan S3 gagal memenuhi indikator representasi simbolik karena ia tidak bisa dengan benar merepresentasikan permasalahan dalam simbol. Representasi visualnya, berdasarkan wawancara sebenarnya S3 mampu, hanya saja dikarenakan persamaan garis yang berkaitan dengan representasi simbolnya tidak terpenuhi, maka mengakibatkan grafiknya juga mengalami kesalahan, namun S3 dikategorikan mampu merepresentasikan secara visual karena mampu merepresentasikan masalah dalam bentuk grafik

Berkaitan dengan langkah penyelesaian dari S3 dan S4 dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual akan dijelaskan dalam Gambar 5.



Gambar 5. Langkah Penyelesaian S3 dan S4 menurut Tahapan Polya

Keterangan: garis 1 adalah garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun

Berdasarkan Gambar 5, S3 dan S4 sama-sama menggunakan representasi verbal dalam langkah memahami masalah, baik S3 dan S4 mampu menjelaskan maksud dari soal secara tertulis dan lisan. Pada langkah membuat perencanaan S3 dan S4 juga mampu menjelaskan metode penyelesaian yang akan

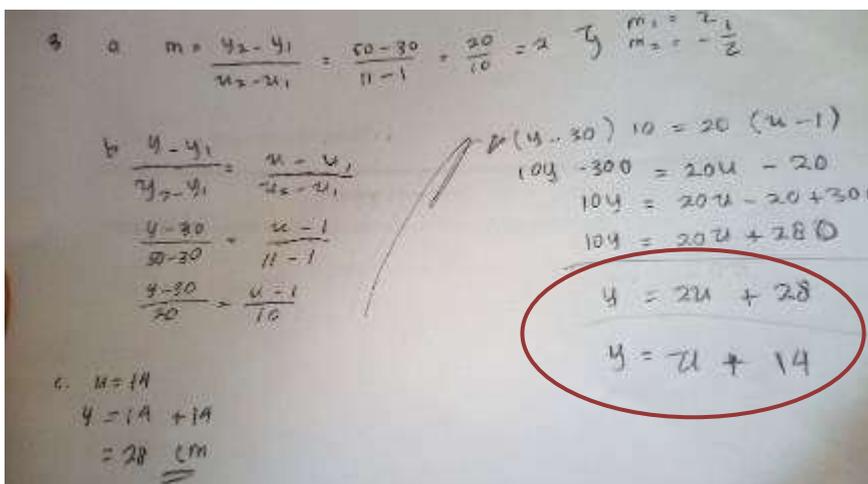
digunakan untuk menjawab masalah kontekstual secara verbal. Pada langkah melaksanakan perencanaan, S3 dan S4 melakukan langkah yang sama. Langkah pertama yaitu menggambar grafik garis 1 yang merupakan garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun berdasarkan titik yang diketahui yaitu tinggi pohon saat Januari 2020 yaitu 30 cm dan tinggi pohon saat November 2020 yaitu 50 cm dimana proses tersebut melibatkan representasi visual. Dari grafik tersebut, S3 dan S4 menentukan gradien dari garis 1 dimana proses tersebut melibatkan representasi simbolik. Kemudian, kedua subjek memilih untuk menentukan persamaan garis 1 berdasarkan gradien yang diketahui dan proses ini juga melibatkan representasi simbolik dimana dalam merepresentasikan secara simbolik ini, keduanya melakukan kesalahan pada proses penyederhanaan persamaan yang sudah didapatkan, sehingga dalam menentukan tinggi pohon saat Februari 2021 yang melibatkan representasi simbolik juga mengalami kesalahan. Untuk garis 2, sebenarnya baik S3 dan S4 sebenarnya mampu merepresentasikannya sebagai garis yang konstan, namun karena persamaan yang mereka dapatkan salah, jadi tinggi maksimal pohon yang didapatkan juga mengalami kesalahan, karena secara visual mereka mampu merepresentasikan, maka peneliti menganggap keduanya memenuhi indikator representasi visual. Setelah mendapatkan jawaban, S3 dan S4 melakukan pemeriksaan kembali terhadap pekerjaannya pada langkah melihat kembali hasil yang diperoleh dengan menggunakan ketiga representasi, yaitu verbal, visual, dan simbolik namun yang benar hanya representasi verbal dan visualnya. Representasi yang digunakan S3 dan S4 dalam menyelesaikan masalah dapat disimpulkan pada Tabel 4 berikut ini.

Tabel 4. Penggunaan Jenis Representasi S3 dan S4 pada Langkah Penyelesaian Masalah Polya

| Langkah Polya | memahami masalah | memahami masalah | melaksanakan perencanaan | melihat kembali hasil yang diperoleh |
|---------------|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Verbal | √ | √ | – | √ |
| Visual | – | – | √ | √ |
| Simbolik | – | – | – | – |

Siswa yang mampu merepresentasikan dalam representasi verbal saja (S5 dan S6)

S5 dan S6 mampu merepresentasikan permasalahan kontekstual yang diberikan secara verbal. Keduanya mampu mengemukakan apa yang diketahui dari permasalahan yang diberikan, maksud dari permasalahan, dan apa yang ditanyakan. Namun, S5 dan S6 gagal dalam merepresentasikan permasalahan tersebut dalam bentuk simbolik dan juga visual. Berikut pada Gambar 6 adalah salah satu pekerjaan S5 yang menggambarkan kesalahan representasi simboliknya.

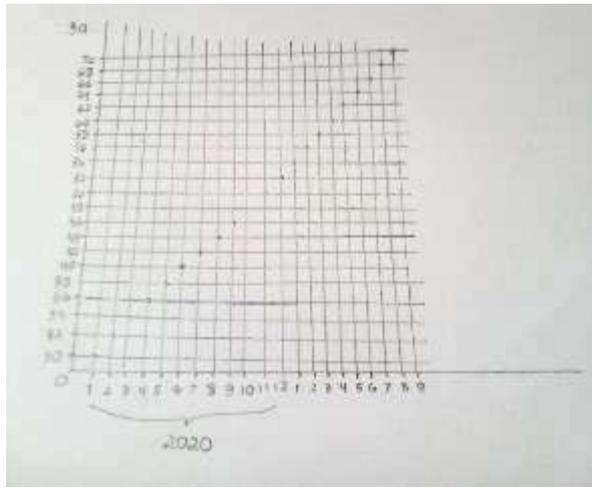


Gambar 6. Representasi simbolik yang salah S5

Berdasarkan Gambar 6, dapat dilihat bahwa pada bagian yang dilingkari, S5 hanya membagi salah satu ruas dengan 2, sedangkan ruas lainnya dibiarkan. Setelah diwawancarai, S5 memang tidak memahami pembagian kedua ruas.

S5 : “yang saya bagi hanya yang mengandung 2 saja, kalau yang tidak ada 2 nya berarti tetap.”

Hal itu menunjukkan bahwa S5 tidak dapat merepresentasikan permasalahan kontekstual secara simbolik. Sedangkan kegagalan dalam merepresentasikan permasalahan secara visual, salah satunya digambarkan pada Gambar 7 berikut ini.



Gambar 7. Representasi visual yang salah dari S6

Berdasarkan Gambar 7, dapat dilihat bahwa S6 merepresentasikan permasalahan secara visual dalam bentuk titik-titik bukan garis lurus. S6 hanya mencari nilai dari y untuk suatu nilai-nilai x saja namun tidak menggambarkan grafik garis lurus secara utuh. Berdasarkan wawancara dengan S6 didapatkan hasil berikut

S6 : “ Ya, saya membaca soalnya kemudian langsung saya tandai titik-titik yang diketahui kemudian baru saya teruskan titik-titiknya”

Hal tersebut menginformasikan bahwa S6 tidak dapat merepresentasikan permasalahan kontekstual secara visual. S6 tidak mencari persamaan garisnya karena ia tidak bisa menghubungkan masalah kontekstual tersebut dengan persamaan garis lurus. Baik S5 dan S6 keduanya tidak menangkap bahwa permasalahan yang diberikan terdiri dari gabungan dua persamaan garis lurus dimana yang satu merupakan garis konstan.

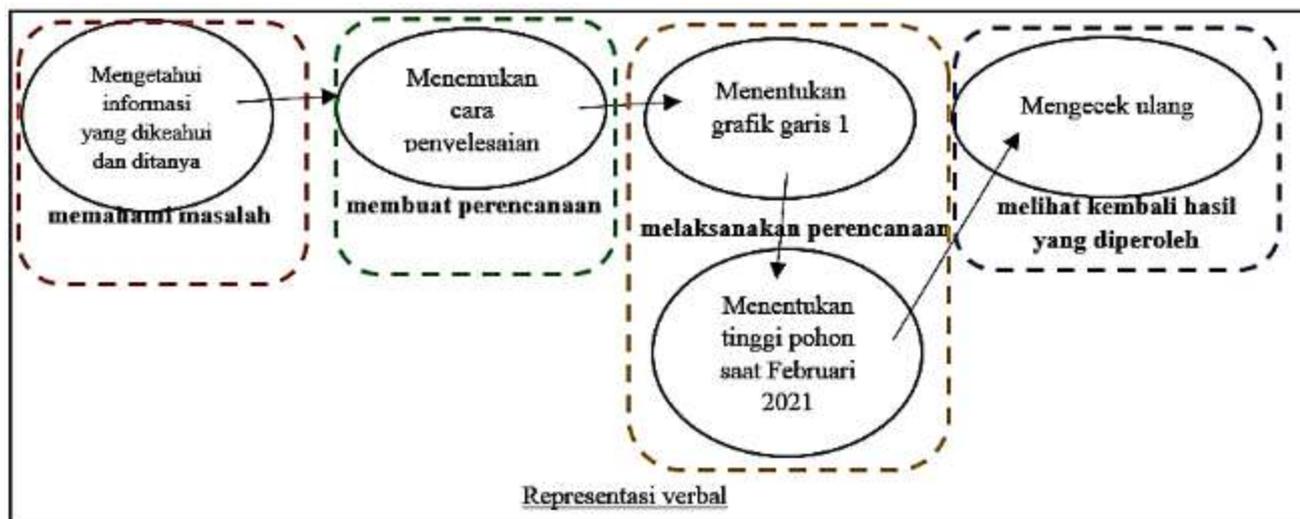
Langkah penyelesaian masalah kontekstual yang dilakukan oleh S5 dan S6 digambarkan pada Gambar 8 dan Gambar 9 berikut.



Gambar 8. Langkah Penyelesaian S5 menurut Tahapan Polya

Keterangan: garis 1 adalah garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun
 Berdasarkan Gambar 8, S5 hanya menggunakan representasi verbal secara benar dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual, sedangkan representasi lainnya mengalami kesalahan. S5 secara verbal mampu memahami informasi yang diketahui dan dimaksudkan dalam permasalahan, dan juga mampu menjelaskan cara penyelesaian yang digunakan dengan baik. Dalam langkah melaksanakan perencanaan, S5 menentukan terlebih dahulu gradien dari garis 1 yaitu garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun kemudian menentukan persamaan garisnya. Saat menentukan persamaan garis 1, S5 melakukan kesalahan dalam menyederhanakan persamaan garis yang sudah didapatkan sehingga tidak menguasai representasi simbolik. Kemudian S5 menentukan grafik dari garis 1 berdasarkan titik yang diketahui dalam soal dan tidak mengkorelasikannya dengan persamaan yang sudah didapatkan, S5 juga tidak memandang bahwa garis 1 akan berhenti setelah sumbu x telah mewakili waktu selama 3 tahun, sehingga representasi visual tidak dipenuhi. Saat menentukan tinggi pohon saat Februari 2021, S5 mengalami kesalahan karena persamaan garis yang digunakan juga tidak tepat. Setelah mendapatkan semua jawaban soal, S5 memeriksa kembali hasil pekerjaan menggunakan representasi verbal yang tepat, dan representasi visual dan

simbolik yang kurang tepat.



Gambar 9. Langkah Penyelesaian S6 menurut Tahapan Polya

Keterangan: garis 1 adalah garis yang mewakili pertumbuhan pohon dari awal penanaman sampai 3 tahun Berdasarkan Gambar 9 , sama halnya dengan S5, S6 hanya menggunakan representasi verbal secara benar dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual, sedangkan representasi lainnya mengalami kesalahan. S6 secara verbal mampu memahami informasi yang diketahui dan dimaksudkan dalam permasalahan, dan juga mampu menjelaskan cara penyelesaian yang digunakan dengan baik. Dalam langkah melaksanakan perencanaan, S6 menentukan terlebih dahulu grafik dari garis 1 dimana dalam merepresentasikannya, S6 tidak memandang bahwa itu merupakan suatu garis tetapi hanya berupa titik-titik. Karena berupa titik-titik, S6 tidak menentukan gradien garisnya karena memandang itu bukan merupakan garis, begitu pula dengan menentukan persamaan garisnya. Berkaitan dengan hal ini, S6 hanya mencari nilai y untuk suatu x (jika dihubungkan dengan fungsi linear, S6 hanya menghitung nilai fungsi dari x untuk suatu x kemudian menggambarkan titiknya di bidang kartesius) S6 tidak memandang bahwa setelah 3 tahun, akan ada garis konstan karena pohon tidak bertambah tinggi. Saat menentukan tinggi pohon saat Februari 2021, S6 mengurutkannya berdasarkan titik-titik yang ia gambarkan pada grafik sehingga ia mendapatkan jawaban yang benar walaupun representasi visual dan simboliknya tidak dipenuhi. Setelah mendapatkan semua jawaban soal, S5 memeriksa kembali hasil pekerjaan menggunakan representasi verbal yang tepat, dan representasi visual dan simbolik yang kurang tepat. Representasi yang digunakan S5 dan S6 dalam menyelesaikan masalah dapat disimpulkan pada Tabel 5 berikut ini

Tabel 5. Penggunaan Jenis Representasi S5 dan S6 pada Langkah Penyelesaian Masalah Polya

| Langkah Polya | memahami masalah | memahami masalah | melaksanakan perencanaan | melihat kembali hasil yang diperoleh |
|---------------|------------------|------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Representasi | | | | |
| Verbal | √ | √ | √ | √ |
| Visual | – | – | – | – |
| Simbolik | – | – | – | – |

SIMPULAN

Siswa SMPN 6 Malang kelas VIII mampu menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berhubungan dengan persamaan garis lurus dengan berbagai representasi. Ada siswa yang mampu menyelesaikan menggunakan tiga jenis representasi eksternal, yakni representasi simbolik, visual, dan verbal. Siswa tersebut terbagi dalam tiga kelompok yakni yang mampu menggunakan ketiga jenis representasi, dua jenis representasi (visual dan verbal), dan juga yang hanya mampu menyelesaikan dengan representasi verbal saja. Ketiga kelompok siswa tersebut menggunakan representasi untuk menyelesaikan masalah yang sesuai dengan langkah penyelesaian Polya. Representasi verbal terutama digunakan dalam langkah memahami masalah, membuat perencanaan, melaksanakan perencanaan, dan melihat kembali hasil yang diperoleh, sedangkan kedua jenis representasi lainnya yaitu representasi visual dan simbolik digunakan dalam langkah melaksanakan perencanaan dan melihat kembali hasil yang diperoleh. Hal ini dapat dirangkum dalam Tabel 6 berikut ini

Tabel 6. Rangkuman Penggunaan Jenis Representasi pada Langkah Penyelesaian Masalah Polya

| Langkah Polya | memahami masalah | membuat perencanaan | melaksanakan perencanaan | melihat kembali hasil yang diperoleh |
|---------------|------------------|---------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| Representasi | | | | |
| Verbal | √ | √ | √ | √ |
| Visual | – | – | √ | √ |
| Simbolik | – | – | √ | √ |

Kesalahan representasi simbolik dan visual yang dilakukan oleh siswa berturut turut adalah siswa tidak memahami konsep pembagian pada kedua ruas dan siswa tidak memahami grafik garis lurus (hanya menggambarkan titik yang didapatkan dari nilai dari persamaan (yaitu y) untuk suatu nilai x).

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, L.W., et al. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing*. New York: Addison Wesley Longman, Inc.
- Bal, A. P. (2015). *Skills Of Using And Transform Multiple Representations Of The Prospective Teachers*. Journal of Mathematical Behavior , 197, 582 - 588.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. Cambridge Harvard University Press.
- DeWindt-King, A.M., & Goldin, G. A. (2003). *Children’s visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions*. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 2 (1), 1-42.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education, China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: *A calculus course as an example*. Educational Studies in Mathematics, 39, 111-129.
- Goldin, G.A. (1998). *Representational systems, learning, and problem solving in mathematics*. Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). *Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts*. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.
- Johnson, S. (1998). *What’s in a representation, why do we care, and what does it mean? Examining evidence from psychology*. Automation in Construction, 8(1), 15-24. [https://doi.org/10.1016/S0926-5805\(98\)00062-4](https://doi.org/10.1016/S0926-5805(98)00062-4)
- Kaput, J. J. (1987). *Representation systems and mathematics*. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 19-26). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. (2006). *Standar Isi*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Lee, P. Y. (2012). Some Examples of Mathematics in Context from Ancient China --- and the latest from Singapore Paper presented at the *International Seminar & Workshop: The Use of Contextualized Tasks to Foster Mathematics Learning*.
- Lesh, R. Landau, M. & Hamilton, E. (1983). *Conceptual Model In Applied Mathematical Problem Solving Research*. In R. Lesh & M. Landau (Eds), *Aquisition of Mathematics Concepts & Processes* (pp. 263-343). NY: Academic Press.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). *Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving*. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Milrad, M. (2002). *Using Construction Kits, Modeling Tools and System Dynamics Simulations to Support Collaborative Discovery Learning*. Educational Technology & Society, 5(4), 76-87.
- Minarni, A., Napitupulu, E.E., & Husein, R. (2016). *Mathematical understanding and representation ability of public junior high school in north sumatra*. Journal on Mathematics Education, 7 (1), 43-56.
- NCTM. (2000). *Priciples and Standards for School Mathematics*. RestonVA: NCTM.
- Pape, S.J.& Tchoshanov, M.A. (2001). *The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding*. Theory into Practice , 40(2) , 118 - 125.
- Polya, G. (1973). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method (2nd ed.)*. New Jersey: Pricenton University Press.
- Sierpinska, A. (1992). *Understanding in Mathematics*. London: The Falmer Press.
- Sugiyono. (2014). *Metode Penelitian Administrasi*. Bandung: Alfabeta.
- Villegas, J. L., Castro, E., & Gutierrez, J. (2009). *Representation in Problem Solving: A Case Study with Optimization*

Problem. Electronic Journal of Research in Education Psychology, 17(7), 279-308.

Widjaja, W. (2013). *The Use of Contextual Problems to Support Mathematical Learning*. IndoMS-JME, Volume 4, No. 2, July 2013, 151-159.

Zhang, J. (1997). *The nature of external representations in problem solving*. Cognitive Science, 21(2), 179-217.
website: https://doi.org/10.1207/s15516709cog2102_3